ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2013

ΘΕΜΑ Α

Α.1 γ

Α.2 γ

Α.3 δ

Α.4 γ

Α.5 α→Σ

β→Λ

γ→Σ

δ→Λ

ε→Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η απάντηση (ii)

Αιτιολόγηση:

$E_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}C \cdot V_c^2 = 4 \cdot 10^{-3} J$

$E_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}L \cdot I^2 = 2 \cdot 10^{-3} J$

$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\varepsilon\lambda} = 2 \cdot 10^{-3} J$

Β2. Σωστή η απάντηση (iii)

Αιτιολόγηση:

Είναι $f_2 = 3f_1$, καθώς $\upsilon_\delta = \sigma\tau\alpha\theta.$

$\lambda_2 \cdot f_2 = \lambda_1 \cdot f_1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_2 \cdot 3f_1 = \lambda_1 f_1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_1 = 3\lambda_2$

Είναι $d = 2\lambda_1$ ή $d = 6\lambda_2$

Για τυχαίο σημείο απόστασης ανάμεσα στις πηγές $\Pi_1 - \Pi_2$ έχουμε:

$r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2}$ (συνθήκη ακυρωτικής συμβολής)

$r_2 + r_1 = d = 6\lambda_2$

από τις δύο παραπάνω σχέσεις καταλήγουμε:

$$r_2 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2$$

Πρέπει όμως να ικανοποιείται ο περιορισμός

$0 \le r_2 \le d \quad \Leftrightarrow \quad 0 \le (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2 \le 6\lambda_2$

μετά από πράξεις καταλήγουμε

$-6{,}5 \le N \le 5{,}5$ δηλαδή στο σύνολο 12 σημεία.

Β3. Σωστή η απάντηση (ii)

Αιτιολόγηση:

Καθώς $\Sigma\vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = \vec{0}$ ισχύει η Α.Δ.Στροφορμής οπότε: $\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$$I_1 \cdot \omega_1 = \left(I_1 + \frac{I_1}{4}\right) \cdot \omega \quad \Leftrightarrow \quad \omega = \frac{4}{5}\omega_1$$

$\Delta\vec{L}_1 = \vec{L}_{1_{\tau\varepsilon\lambda}} - \vec{L}_{1_{\alpha\rho\chi}}$ (θετική φορά αυτή της αρχικής περιστροφής)

$$\Delta L_1 = I_1 \cdot \omega - I_1 \cdot \omega_1 = I_1 \cdot \left(\frac{4}{5}\omega_1 - \omega_1\right) = -I_1 \cdot \frac{\omega_1}{5} = -\frac{L_1}{5}$$

Η μεταβολή του μέτρου της στροφορμής του δίσκου 1 θα είναι

$|\Delta L_1| = \frac{L_1}{5}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω υ_1 η ταχύτητα του Σ_1, ελάχιστα πριν τη κρούση του με το Σ_2. Από τους τύπους της κεντρικής και ελαστικής κρούσης έχουμε για το Σ_1

$$\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon'_1 = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot \upsilon_1 \ \Leftrightarrow \upsilon'_1 = -\frac{1}{3}\upsilon_1$$

όμως $\upsilon'_1 = -\sqrt{10}\, m/s$ έτσι

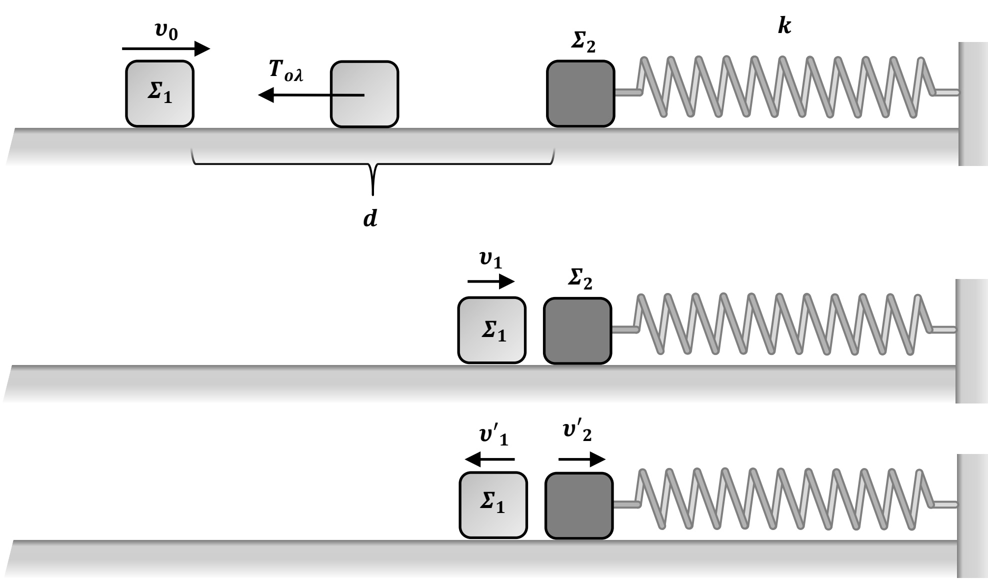
$\upsilon_1 = 3\sqrt{10}\ m/s$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ_1

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W_F \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -\mu \cdot m_1 g \cdot d$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση προκύπτει

$\upsilon_0 = 10\, m/s$



Γ2. Από τους τύπους της κεντρικής και ελαστικής κρούσης έχουμε για το Σ_2

$$\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \quad \Leftrightarrow \quad \upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot 3\sqrt{10} \Leftrightarrow \upsilon'_2 = 2\sqrt{10}\ m/s$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi = \frac{\frac{1}{2} m_2 \upsilon'^2_2}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} \cdot 100\% = \frac{2m_1}{m_1} \cdot \frac{\left(2\sqrt{10}\right)^2}{\left(3\sqrt{10}\right)^2} \cdot 100\% = \frac{8}{9} \cdot 100\% = \frac{800\%}{9} \simeq 88.\overline{88}\%$$

Γ3. Το σώμα Σ_1 εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση τόσο πριν όσο και μετά τη κρούση έχοντας την ίδια επιβράδυνση. Έτσι

$$a = \frac{\Sigma F}{m_1} = \frac{T_{o\lambda}}{m_1} = \frac{\mu \cdot m_1 g}{m_1} = \mu \cdot g = 5\ m/s^2$$

Για το πρώτο κομμάτι της κίνησής του κατά d έχουμε:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 - a t_1 \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = \frac{\upsilon_0 - \upsilon_1}{a} = 0{,}08\ s$$

Για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα μέχρι να σταματήσει έχουμε

$$0 = \upsilon'_1 - a \cdot t_2 \quad \Leftrightarrow \quad t_2 = \frac{\upsilon'_1}{a} = 6{,}4\ s$$

Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος Σ_1 είναι

$$t_{o\lambda} = t_1 + t_2 = 0{,}72\ s$$

Γ4. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για τη κίνηση του σώματος Σ_2 κατά Δl_{max}.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U^{\varepsilon\lambda}_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U^{\varepsilon\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda} + \left|W_{T_{o\lambda}}\right|$$

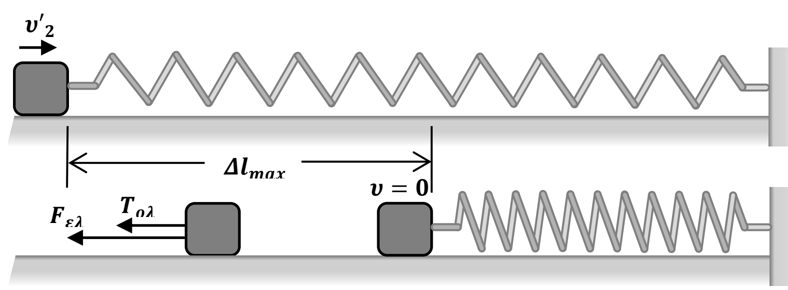
$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon'^2_2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k (\Delta l_{max})^2 + \mu \cdot m_2 g \cdot \Delta l_{max}$$

με αντικατάσταση προκύπτει

$$21 \cdot {\Delta l_{max}}^2 + 2 \cdot \Delta l_{max} - 8 = 0\ ,$$

από τη λύση της παραπάνω δευτεροβάθμιας προκύπτει

$$\Delta l_{max} = \frac{4}{7}\ m.$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα τόσο για τη μεταφορική όσο και για τη περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου.

Μεταφορική

$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \iff Mg \cdot \eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = M \cdot a_{cm}$ (1)

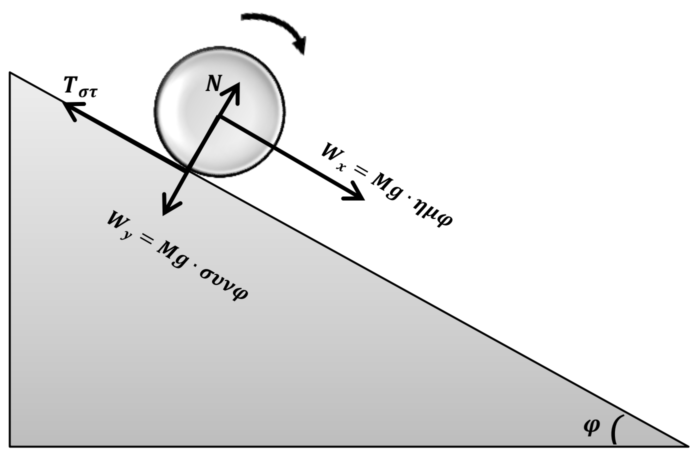
Περιστροφική

$\Sigma\tau = I \cdot a_{\gamma\omega\nu} \iff T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \iff T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}MR \cdot a_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{2}Ma_{cm}$ (2)

(αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει $a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$)

Προσθέτοντας τις (1) και (2) καταλήγουμε :

$a_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi$



Δ2.

Έστω M' η μάζα του κυλίνδρου που αφαιρούμε και V' ο όγκος του, οπότε

$\frac{M'}{M} = \frac{d \cdot V'}{d \cdot V} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} \iff M' = \frac{r^2}{R^2}M$ (3)

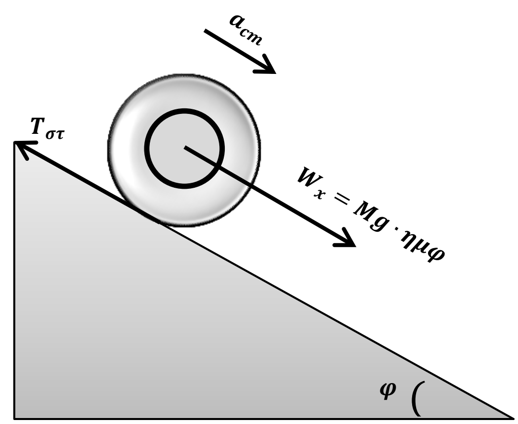
Η ζητούμενη ροπή αδράνειας υπολογίζεται από τη σχέση:

$I_{\kappa o\iota\lambda} = I - I' = \frac{1}{2}M \cdot R^2 - \frac{1}{2}M' \cdot r^2$ με χρήση της σχέσης (3) προκύπτει

$I_{κοιλ} = \frac{1}{2}M \cdot R^2 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2}M \cdot r^2$ από την οποία προκύπτει η ζητούμενη σχέση

$I_{κοιλ} = \frac{1}{2}M \cdot R^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$

Δ3.



Επειδή λιπαίνουμε τον κύλινδρο που αφαιρέσαμε, δεν εμφανίζονται τριβές μεταξύ του κυλινδρικού τμήματος και του κοίλου κυλίνδρου, έτσι ο κοίλος κύλινδρος θα εκτελέσει μεταφορική και ταυτόχρονα περιστροφική κίνηση, χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο επομένως ισχύει η συνθήκη $a_{cm} = a_{γων} \cdot R$, ενώ το κυλινδρικό τμήμα εκτελεί μόνο μεταφορική με την ίδια a_{cm}.

Από τη δυναμική μελέτη του συστήματος έχουμε:

$$ΣF = M \cdot a_{cm} \;\Leftrightarrow\; Mg \cdot ημφ - T_{στ} = M \cdot a_{cm} \quad (4)$$

$$Στ = I_{κοιλ} \cdot a_{γων} \;\Leftrightarrow\; T_{στ} \cdot R = \frac{1}{2}M \cdot R^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{γων} \text{ ή}$$

$$T_{στ} = \frac{1}{2}M\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{cm} \quad (5)$$

Προσθέτοντας τις (4) και (5) καταλήγουμε :

$$Mg \cdot ημφ = M \cdot a_{cm}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right) \;\Leftrightarrow\; g \cdot ημφ = \frac{a_{cm}}{2}\left(3 - \frac{r^4}{R^4}\right) \text{ ή}$$

$$a_{cm} = \frac{2g \cdot ημφ}{3 - \frac{r^4}{R^4}}$$

Δ4.

Αφού $r = \frac{R}{2}$ έχουμε

$$I_{κοιλ} = \frac{1}{2}M \cdot R^2\left(1 - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^4}{R^4}\right) = \frac{1}{2}M \cdot R^2\left(1 - \frac{\frac{R^4}{16}}{R^4}\right) \text{ ή}$$

$$I_{κοιλ} = \frac{15}{32} M \cdot R^2$$

ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{\frac{1}{2} M \cdot \upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2} I_{κοιλ} \cdot \omega^2} = \frac{M \cdot \upsilon_{cm}^2}{\frac{15}{32} M \cdot R^2}$$

Αλλά ο κοίλος κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, δηλαδή $\upsilon_{cm} = a_{γων} \cdot R$, οπότε

$$\frac{K_{μετ}}{K_{περ}} = \frac{32}{15}$$

Επιμέλεια Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη