ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Απαντήσεις στα θέματα των Εισαγωγικών Εξετάσεων

τέκνων Ελλήνων του Εξωτερικού και

τέκνων Ελλήνων Υπαλλήλων στο εξωτερικό 2013

ΘΕΜΑ Α

Α.1 γ

Α.2 β

Α.3 γ

Α.4 δ

Α.5 α→Σ

β→Λ

γ→Λ

δ→Σ

ε→ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η απάντηση (β)

Αιτιολόγηση:

Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια που έμεινε στο σύστημα είναι:

$$E_1 = E_0 - \frac{15}{16}E_0 \quad \Leftrightarrow \quad E_1 = \frac{1}{16}E_0$$

$$\frac{1}{2}DA_1^2 = \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2}DA_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad A_1 = \frac{A_0}{4}$$

Β2. Σωστή η απάντηση (α)

Αιτιολόγηση:

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για τη πλαστική κρούση

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \quad \overset{\overset{+}{\rightarrow}}{\Leftrightarrow} \quad m_1 υ_1 = (m_1 + m_2)υ_κ \quad \Leftrightarrow \quad m_1 υ_1 = (m_1 + 3m_1)υ_κ \quad \Leftrightarrow \quad m_1 υ_1 = 4m_1 υ_κ$$

από την οποία τελικά προκύπτει $υ_κ = \frac{υ_1}{4}$.

Για την απώλεια της ενέργειας έχουμε:

$$E_{απωλ} = K_{αρχ} - K_{τελ} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)υ_κ^2$$

$$E_{απωλ} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2}4m_1\left(\frac{υ_1}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 - \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}m_1 υ_1^2$$

$$E_{απωλ} = K_1 - \frac{1}{4}K_1 = \frac{3}{4}K_1$$

Β3. α) Σωστή η απάντηση (ii)

Αιτιολόγηση:

Στο κυκλικό δακτύλιο παρατηρούμε οτι η μάζα του σώματος είναι κατανεμημένη στην περιφέρεια του ενώ στο δίσκο η μάζα είναι κατανεμημένη σε όλο το στερεό. Σύμφωνα με τον ορισμό της ροπής αδράνειας

$$I = m \cdot r^2$$

συμπεραίνουμε οτι η ροπή αδράνειας του κυκλικού δακτυλίου είναι μεγαλύτερη από τη ροπή αδράνειας του δίσκου, δηλαδή

$$I_1 < I_2$$

β) Σωστή η απάντηση (iii)

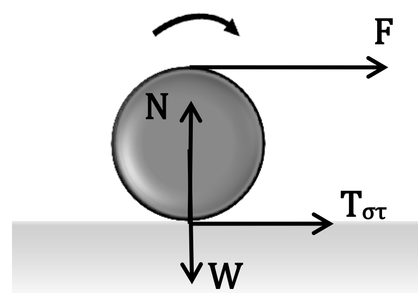
Αιτιολόγηση:

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική και στροφική κίνηση του σώματος έχουμε:

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \quad \Leftrightarrow \quad F + T_{\sigma\tau} = M \cdot a_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Leftrightarrow \quad FR - T_{\sigma\tau}R = I \cdot \frac{a_{cm}}{R} \quad \Leftrightarrow \quad F - T_{\sigma\tau} = I \cdot \frac{a_{cm}}{R^2} \quad (2)$$

αφού έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση ($\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$).



Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) καταλήγουμε:

$$2F = M \cdot a_{cm} + I \cdot \frac{a_{cm}}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad 2F \cdot R^2 = M \cdot R^2 \cdot a_{cm} + I \cdot a_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{2F \cdot R^2}{M \cdot R^2 + I}$$

Από το λόγο των επιταχύνσεων των κέντρων μάζας έχουμε:

$$\frac{\alpha_{cm(1)}}{\alpha_{cm(2)}} = \frac{\frac{2F \cdot R^2}{M \cdot R^2 + I_1}}{\frac{2F \cdot R^2}{M \cdot R^2 + I_2}} = \frac{M \cdot R^2 + I_2}{M \cdot R^2 + I_1} > 1$$

αφού $I_2 > I_1$ είναι και $M \cdot R^2 + I_2 > M \cdot R^2 + I_1$, έτσι

$$\alpha_{cm(1)} > \alpha_{cm(2)}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Οι δυο ταλαντώσεις διαφέρουν κατά φάση $\Delta\varphi = \pi\, rad$

Από τη θεωρία της σύνθεσης ταλαντώσεων το ολικό πλάτος ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση

$A_{o\lambda} = |A_1 - A_2| = 0{,}05\, m$

Ενώ η φάση της συνισταμένης ταλάντωσης ακολουθεί τη φάση της συνιστώσας ταλάντωσης με το μεγαλύτερο πλάτος, δηλαδή $\theta = 0$. Έτσι η εξίσωση ταλάντωσης του άκρου Ο της χορδής γράφεται:

$\boldsymbol{y = 0{,}05 \cdot \eta\mu(50\pi t) \quad (S.I.)}$

Γ2. Η εξίσωση του κύματος γράφεται:

$y = A \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης είναι $\omega = 50\pi\ rad/s$ άρα $f = 25\, Hz$ ή $T = \frac{1}{25}\, s$.

Ενώ για το μήκος κύματος έχουμε $\upsilon = \lambda \cdot f$ από την οποία προκύπτει $\lambda = \frac{2}{25} = 0{,}08\, m$.

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές στην εξίσωση του κύματος προκύπτει:

$y = 0{,}05 \cdot \eta\mu 2\pi\left(25t - \frac{x}{0{,}08}\right)$ ή $\boldsymbol{y = 0{,}05 \cdot \eta\mu(50\pi \cdot t - 25\pi \cdot x)\ (S.I.)}$

Γ3. Η εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης του κύματος δίνεται από την σχέση

$\upsilon = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

αντικαθιστώντας τα δεδομένα προκύπτει:

$\upsilon = 2{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(50\pi \cdot t - 25\pi \cdot x)\ (S.I.) \quad (\Sigma\chi.1)$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}1\, s$ το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση

$x_1 = \upsilon \cdot t_1 = 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2\, m$

δηλαδή το κύμα δεν έχει φτάσει στο σημείο $x = 0{,}4\ m$, επομένως η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου είναι μηδενική, $\boldsymbol{\upsilon_1 = 0}$.

Αντικαθιστώντας στη (Σχ. 1) $t_2 = 0{,}3\ s$ και $x = 0{,}4\ m$ προκύπτει:

$$\upsilon_2 = 2{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(50\pi \cdot 0{,}3 - 25\pi \cdot 0{,}4) = 2{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(15\pi - 10\pi) = 2{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(5\pi)$$

$$\boldsymbol{\upsilon_2 = -2{,}5\pi\ \ m/s}$$

Γ4. Η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ είναι:

$$\Delta\varphi_{(B\Gamma)} = \omega \cdot \Delta t_{(B\Gamma)} \iff \Delta\varphi_{(B\Gamma)} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{d}{\upsilon} \iff \Delta\varphi_{(B\Gamma)} = 2\pi \frac{d}{\lambda} = 2\pi \frac{\frac{3\lambda}{2}}{\lambda}$$

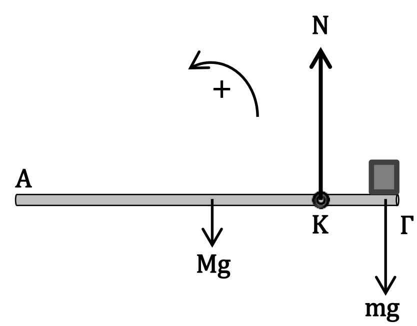
$$\Delta\varphi_{(B\Gamma)} = 3\pi\ rad$$

Παρατηρούμε οτι η $\Delta\varphi$ είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του π έτσι σημεία Β και Γ βρίσκονται σε αντίθεση φάσης και κάθε χρονική στιγμή ισχύει $y_B = -y_\Gamma$. Όταν $y_\Gamma = +0{,}05\ m$ τότε

$\boldsymbol{y_B = -0{,}05\ m}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία της ράβδου προκύπτει:



$$\Sigma\vec{\tau}_{(K)} = \vec{0} \iff Mg\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6}\right) - mg\frac{l}{6} = 0 \iff M = \frac{m}{2} \quad \text{ή}$$

$$\boldsymbol{M = 1{,}6\ kg}$$

$$\Sigma\overrightarrow{F_y} = \vec{0} \iff N - Mg - mg = 0 \iff N = (M + m)g \quad \text{ή}$$

$$\boldsymbol{N = 48\ N}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε Steiner για τη ράβδο:

$$I_\rho = I_{cm} + M\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6}\right)^2 = \frac{1}{12}Ml^2 + \frac{1}{9}Ml^2 = \frac{7}{36}Ml^2 = 0{,}7\ kg \cdot m^2$$

Η ολική ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος σώμα είναι:

$$I_{o\lambda} = I_\rho + m\left(\frac{l}{6}\right)^2 = \frac{7}{36}Ml^2 + \frac{1}{36}ml^2 \quad ή$$

$$\boldsymbol{I_{o\lambda} = 0,9\ kg \cdot m^2}$$

Δ3. Αφαιρώντας το σώμα η μοναδική δύναμη που δίνει ροπή ως προς το σημείο Κ είναι το βάρος της ράβδου. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Leftrightarrow \quad Mg\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6}\right) = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{Mgl}{3I_\rho} \quad ή$$

$$\boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{80}{7}\ rad/s^2}$$

Δ4. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για τη πτώση της ράβδου οπότε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W_F \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}I_\rho\omega^2 = Mgh \quad όπου \quad h = \frac{l}{3} \cdot \eta\mu\varphi$$

Λύνοντας ως προς ω έχουμε : $\omega = 4\ rad/s$

Η στροφορμή της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη στιγμή που σχηματίζει γωνία φ για πρώτη φορά είναι:

$$L_\rho = I_\rho \cdot \omega = 0,7 \cdot 4 \quad ή$$

$$\boldsymbol{L_\rho = 2,8\ kg \cdot \frac{m^2}{s}}$$