

ΒΑΚΑΛΗΣ

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΠΟ ΤΟ 1967

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A: Θεωρία σελίδα 30 από το σχολικό βιβλίο

B α): Θεωρία σελίδα 142 από το σχολικό βιβλίο

β): Θεωρία σελίδα 16 από το σχολικό βιβλίο

Γ: α) Σ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

A)

x_i	v_i
0	$\alpha+4$
1	$5\alpha+8$
2	4α
3	$\alpha-1$
4	2α
Σύνολο	50
	$v=50$

$$\alpha+4+5\alpha+8+4\alpha+\alpha-1+2\alpha+50=50 \Leftrightarrow \alpha=3$$

B) Για $\alpha=3$ ο πίνακας γίνεται:

x_i	v_i	$x_i v_i$
0	7	0
1	23	23
2	12	24
3	2	6
4	6	24
Σύνολο	$v=50$	

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{77}{50} = 1,54 \text{ Βιβλία}$$

Γ) Η διάμεσος δ (είναι το ημίαθροισμα των 2 μεσαίων παρατηρήσεων που είναι η 25^{η} και η 26^{η})

$$\text{Άρα } \delta = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ βιβλίο}$$

Δ) Η ζητούμενη πιθανότητα είναι $8/50$ (εφόσον 8 μαθητές διάβασαν τουλάχιστον 3 βιβλία).

ΘΕΜΑ 3^ο

Σύνολο αγοριών και κοριτσιών: $x + (x+4)^2 = x^2 + 9x + 16$

A) Έστω A: “ το άτομο είναι αγόρι”

$$P(A) = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}$$

$$\mathbf{B)} \quad P(A) = \frac{1}{19} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2 + 9x + 16} = \frac{1}{19} \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ ή } x=8$$

Για $x=2$ με αντικατάσταση το πλήθος είναι 38

Για $x=8$ το πλήθος γίνεται 152 (άτοπο γιατί τα άτομα είναι λιγότερα από 100)

Άρα τα αγόρια είναι 2 και τα κορίτσια 36

Κ: “το άτομο είναι κορίτσι”

$$P(K) = \frac{36}{38}$$

Γ) Θεωρώ την $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9 + 16}$

$$f'(x) = \dots = \frac{-x^2 + 16}{(x^2 + 9x + 16)^2}$$

x	0	4	$+\infty$
f'(x)	+	0	-
f(x)	γν. αύξουσα	γν. φθίνουσα	

Για $x=4$ έχουμε τη μέγιστη πιθανότητα και είναι

$$f(4) = \frac{4}{16 + 9 \cdot 4 + 16} = \frac{4}{68} = \frac{1}{17}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$f(x) = -2x^2 + \kappa x + 4\sqrt{x} + 10 \quad x \geq 0$$

A) Η εφαπτομένη είναι παράλληλη στον x' οπότε $f'(1) = 0$

$$\text{Με } f'(x) = -4x + \kappa + \frac{4}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{Οπότε } -4 + \kappa + 2 = 0$$

$$\kappa = 2$$

Η ζητούμενη εφαπτομένη είναι της μορφής $y = \beta$
άρα $y = 14$ η εξίσωσή της αφού $f(1) = \dots = 14$

B) i) $\bar{x} = f(1) = -2 + \kappa + 4 + 10 = 14$

$$S = -\frac{2f''(1)}{f''(1)} = -2 \frac{-13}{13} = 2$$

$$\left(f''(1) = -4 \cdot 1 + 2 + \frac{4}{2\sqrt{1}} = -13 \right)$$

Από την καμπύλη της κανονικής κατανομής προκύπτει ότι οι τρεις παρατηρήσεις που είναι ≤ 8 αντιστοιχούν σε ποσοστό 0,15% του δείγματος

$$\text{Άρα } \frac{0,15}{100} \cdot n = 3 \Leftrightarrow n = \dots = 2000$$

Στο διάστημα (10-16) είναι το 81,5% του δείγματος.

$$\text{Άρα } \frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 1630$$

$$\text{ii) } CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{14} = 0,14 \text{ ή } 14\% \text{ άρα όχι ομοιογενές}$$

Αν y_i οι νέες τιμές και x_i οι παλιές $y_i = x_i + a$

Οπότε εάν \bar{y} η νέα μέση τιμή και s_y η νέα τυπική απόκλιση

$$\bar{y} = \bar{x} + a = 14 + a$$

$$s_y = s_x = 2$$

$$\text{Θα πρέπει } CV_y \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{2}{14+a} \leq 0,1 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow a \geq 6$$

Άρα $a=6$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΚΑΘΗΓΗΤΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΒΑΚΑΛΗ