ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΠΟ ΤΟ 1967

# Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής

## Γενικής Παιδείας

## Απαντήσεις στα Θέματα Εξετάσεων 2009

**ΘΕΜΑ 1$^{Ο}$**

**Α.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.150

**Β.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.65

**Γ** **α.** Λ
**β.** Σ
**γ.** Λ
**δ.** Σ
**ε.** Σ

**ΘΕΜΑ 2$^{Ο}$**

**α.**

| xi | vi | xi vi |
|---|---|---|
| 2 | 6 | 12 |
| 3 | $v_2$ | $3v_2$ |
| 5 | 3 | 15 |
| 8 | 4 | 32 |

Αθρ.$13+v_2$   $59+3v_2$

$\bar{x}=\dfrac{59+3v_2}{13+v_2}=4 \quad \Leftrightarrow ......\Leftrightarrow v_2=7$  Άρα ν=20

**β.** $s^2= \dfrac{6\cdot(4-2)^2+7(4-3)^2+3(4-5)^2+4(4-8)^2}{20}\Leftrightarrow ......\Leftrightarrow s^2=\dfrac{98}{20}=4,90$

**γ.** $\sqrt{4,9}\approx 2,2$   CV= $\dfrac{s}{\bar{x}}\approx 0,55>0,1$ Άρα το δείγμα ανομοιογενές

## ΘΕΜΑ 3$^{ο}$

**α.** $f(x)=x^3-6x^2+\alpha x-7$
$f'(x)=3x^2-12x+\alpha$
$f''(x)=6x-12$
$2f''(x)+f'(x)+15=3x^2 \Leftrightarrow ......\Leftrightarrow \alpha=24-15=9$

**β.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-12x+9}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3(x^2-4x+3)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3(x-3)}{x+1}=\dfrac{3(1-3)}{2}=-3$

**γ.** ε: $y=-3x$   $\lambda_\varepsilon=-3$

Έστω $(x_o, f(x_o))$ το σημείο στο οποίο φέρνουμε εφαπτομένη
$f'(x_o)=-3 \Leftrightarrow 3x_o^2-12x_o+9=-3\Leftrightarrow \ldots\Leftrightarrow (x_o-2)^2=0\Leftrightarrow \mathbf{x_o=2}$
$f(2)=2^3-6\cdot 4+9\cdot 2-7=8-24+18-7=-5$
Έστω $y=\alpha x+\beta$   $\alpha=f'(2)=-3$   $y=-3x+\beta$
Το σημείο (2, -5) ανήκει στην εφαπτομένη, άρα $-5=-3\cdot 2+\beta\Leftrightarrow \beta=1$
Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης $y=-3x+1$

## ΘΕΜΑ 4$^{ο}$

$f(x)=\ln x-\dfrac{x}{2}+\lambda^2-6\lambda+2$   $x>0$  $\lambda\in R$

**Αα.** $f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}-\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=2$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}-\frac{1}{2}>0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{2x}>0$ *και* $2x>0$

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2-x>0 \Leftrightarrow x<2$

| x | 0 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | - | |
| f'(x) | | γν.αυξ | μεγιστο | γν.φθινουσα | |

Για $x\in(0,2]$ η f γν. αύξουσα

$x\in[2,+\infty)$ η f γν. φθίνουσα

**β.** Για x=2 η f παρουσιάζει μέγιστο το $f(2)=\ln2-1+\lambda^2-6\lambda+2=\ln 2+\lambda^2-6\lambda+1$

**Β α.** $2<3<4<5<8$ Η f γν. φθίνουσα για $x\in[2,+\infty)$

Άρα $f(2)>f(3)>f(4)>f(5)>f(8)$

$f(8)=\ln8-4+\lambda^2-6\lambda+2=\ln8+\lambda^2-6\lambda-2$

$R=f(2)-f(8)$

$=\ln2+\lambda^2-6\lambda+1-\ln8-\lambda^2+6\lambda+2=\ldots\ldots =3+\ln\frac{1}{4}$

Οι παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά: f(8), f(5), f(4), f(3), f(2)

ν=5, περιττός άρα η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση $\delta=f(4)=\lambda^2-6\lambda+\ln4$

**β.** $R+\delta<-2 \Leftrightarrow 3+\ln\frac{1}{4}+\lambda^2-6\lambda+\ln4<-2$

$\Leftrightarrow \lambda^2-6\lambda+\ln4^{-1}+\ln4+3<-2$

$\Leftrightarrow \lambda^2-6\lambda-\ln4+\ln4+5<0$

$\Leftrightarrow \lambda^2-6\lambda+5<0$

$\Delta=36-20=16$ $\lambda=1$ ή $\lambda=5$

Άρα $\lambda\in(1,5)$ οπότε $A=\{2,3,4\}$ $N(A)=3$

$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{3}{100}=0,03$,(ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα)

**Επιμέλεια: Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη**