

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ****ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2010****ΘΕΜΑ Α****A1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 93**A2.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 87**A3.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 140**A4.** α. Σ

β. Λ

γ. Σ

δ. Λ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β**B1.**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1} = \dots = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1}-1)}{x-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1}-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1^2}-1^2)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1})} = \dots = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)} = \dots = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1} = \dots = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1}-1)}{x-1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1}-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2-x+1^2}-1^2)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1})} = \dots = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2-x+1}+1)} = \dots = 1$$

B2. $f'(x) = 2 \cdot \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$ Άρα ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $x_0=0$ είναι $f'(0)=\dots=-1$

B3. $f'(0)=\varepsilon\varphi\omega=-1$ άρα $\omega = \frac{3\pi}{4}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Έστω :

ΚΛΑΣΕΙΣ
[0-c)
[c-2c)
[2c-3c)
[3c-4c)
[4c-5c)

$$\frac{c+2c}{2} = 6$$

$$3c = 12$$

$$c = 4$$

Γ2.

ΚΛΑΣΕΙΣ	x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
[0 – 4)	2	20	40	80
[4 – 8)	6	40	240	1440
[8 – 12)	10	45	450	4500
[12 – 16)	14	30	420	5880
[16 – 20)	18	25	450	8100
ΣΥΝΟΛΟ		160	1600	20.000

Σημείωση: Η στήλη $x_i^2 v_i$ προκύπτει από τη στήλη $x_i v_i$ πολλαπλασιαζόμενη

με τη στήλη x_i . Άρα $S^2 = \frac{1}{n} \left[\sum x_i^2 v_i - \frac{(\sum x_i v_i)^2}{n} \right] = \frac{\sum x_i^2 v_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{20.000}{160} - 10^2 = 25$ άρα

$$S = \sqrt{25} = 5.$$

Γ3.

$$CV\% = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{5}{10} \times 100 = 50\% \text{ όχι ομοιογενές.}$$

Γ4.

$$\frac{c}{c'} = \frac{v}{v'}$$
$$\frac{4}{1} = \frac{40}{v'}$$
$$v' = 10$$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{10 + 45 + 15}{160} = \frac{70}{160}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = \ln(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B) \quad x > P(A)$

$$f'(x) = \frac{1}{x - P(A)} - (x - P(A)) = \frac{1 - (x - P(A))^2}{x - P(A)}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x - P(A))^2 = 1 \Leftrightarrow^{x > P(A)} x = P(A) + 1$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x < 1 + P(A)$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x > 1 + P(A)$$

x	P(A)	P(A)+1	$+\infty$
f'(x)		+	-
f(x)	γν.αυξ	γν.φθινουσα	
		μέγιστο	

Για $x \in (P(A), P(A) + 1]$, η f γν. αύξουσα

Για $x \in [P(A) + 1, +\infty)$, η f γν. φθίνουσα

Για $x = P(A) + 1$ η f παρουσιάζει μέγιστο το $f(P(A) + 1) = \dots = P(B) - \frac{1}{2}$

Δ2. Για $x = \frac{5}{3}$ μέγιστο το $f\left(\frac{5}{3}\right) = 0$

$$P(A) + 1 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow P(A) = \frac{5}{3} - 1 \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Και } P(B) - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

Δ3. Η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα A, B

$$P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) =$$

$$1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= \dots = \frac{2}{3}$$

Δ4. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα A, B είναι

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P((A-B) \cup (B-A)).$$

$P((A-B) \cap (B-A)) = 0$ άρα ισχύει ο απλός προσθετικός νόμος

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$
$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1 - P((A \cap B)') = \frac{1}{3}$$

$$\text{Άρα } P((A-B) \cup (B-A)) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

Επιμέλεια Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη