ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΑΠΟ ΤΟ 1967

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2016

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 150-151

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α4. **Α)** Σωστό

Β) Λάθος

Γ) Σωστό

Δ) Σωστό

Ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1, x\epsilon\mathbb{R}.$$

$H\ f\ ειναι\ παραγωγίσιμη\ ως\ πολυωνυμική\ με\ f'(x)=x^2-5x+6$

$$f'(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=2 \quad ή \quad x=3$$

x	-∞	2	3
		+∞	
$f'(x)$	+	−	+
f	γν. αύξουσα	γν. φθίνουσα	γν. αύξουσα

$$H\ f\ είναι\ γνησίως\ αύξουσα\ για\ x\epsilon(-\infty,2]$$

$$H\ f\ είναι\ γνησίως\ φθίνουσα\ για\ x\epsilon[2,3]$$

$$H\ f\ είναι\ γνησίως\ αύξουσα\ για\ x\epsilon[3,+\infty)$$

$$H\ f\ παρουσιάζει\ τοπικό\ μέγιστο\ για\ x=2\ το\ f(2)=\frac{11}{3}$$

$$H\ f\ παρουσιάζει\ τοπικό\ ελάχιστο\ για\ x=3\ το\ f(3)=\frac{7}{2}$$

B2.

$$f(0)=-1$$

$$f'(0)=6$$

$$Έστω\ \varepsilon: y=\alpha x+\beta\ η\ εξίσωση\ της\ εφαπτομένης\ της\ γραφικής\ παράστασης$$

$$της\ f\ στο\ A(0,-1).$$

$$Τότε\ \alpha=f'(0)=6\ \ άρα\ \ \varepsilon: y=6x+\beta$$

$$και\ \ A(0,-1)\ \epsilon\ \varepsilon\ \ \Leftrightarrow\ \ -1=6\cdot 0+\beta$$

$$Άρα\ \ \varepsilon:\ y=6x-1$$

B3.

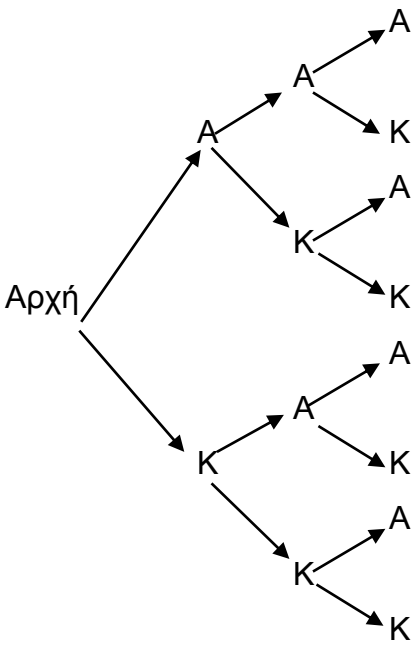
$$\lim_{x\to-1}\frac{f'(x)-12}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x-6)}{x+1}$$

$$=-7$$

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Ω = {ΑΑΑ , ΑΑΚ , ΑΚΑ , ΑΚΚ , ΚΑΑ , ΚΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ}

Γ2.

Α = {ΚΑΑ , ΚΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ}

Β = {ΑΚΚ , ΚΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ}

Γ = {ΑΑΑ , ΑΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ}

Γ3.

(α) Δ = Α∩Β = { ΚΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ}

$P(\Delta) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$

Ε = Α∪Β = {ΚΑΑ , ΚΑΚ , ΚΚΑ , ΚΚΚ , ΑΚΚ}

$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$

Ζ = Γ – Ε = {ΑΑΑ , ΑΑΚ}

$P(Z) = \frac{N(\Gamma - E)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

(β)

P(H) = P((A∪B)') = P(E') = 1 – P(E) = $\frac{3}{8}$

P(Θ) = P((A-B)∪(B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$, σύμφωνα με τον απλό προσθετικό νόμο αφού (A-B)∩(B-A)=∅, αφού

A-B = {ΚΑΑ} με P(A-B) = $\frac{N(A-B)}{N(\Omega)}=\frac{1}{8}$

B-A = {ΑΚΚ} με P(B-A) = $\frac{N(B-A)}{N(\Omega)}=\frac{1}{8}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8, 8+c)		20
[8+c, 8+2c)	14	15
[8+2c, 8+3c)		10
[8+3c, 8+4c)		v_4
Σύνολο		v =

$$\frac{8+c+8+2c}{2}=14 \quad \Leftrightarrow \quad 16+3c=28 \quad \Leftrightarrow \quad 3c=12 \quad \Leftrightarrow \quad c=4$$

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δ2.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8, 12)	10	20
[12, 16)	14	15
[16, 20)	18	10
[20, 24)	22	v_4

$$\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4} x_i v_i \quad \Leftrightarrow \quad 14 = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v}$$

$$\Leftrightarrow \quad 14 = \frac{200 + 210 + 180 + 22v_4}{v} \quad \Leftrightarrow \quad 14v = 590 + 22v_4$$

$$\Leftrightarrow \quad 7v = 295 + 11v_4 \quad \Leftrightarrow \quad 7v - 11v_4 = 295 \quad (1)$$

$$Επιπλέον \quad v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = v \quad \Leftrightarrow \quad 45 + v_4 = v \quad (2)$$

$$(1)και\ (2): \quad 7(45 + v_4) - 11v_4 = 295 \quad \Leftrightarrow \quad 315 + 7v_4 - 11v_4 = 295$$

$$\Leftrightarrow \quad -4v_4 = -20 \quad \Leftrightarrow \quad v_4 = 5$$

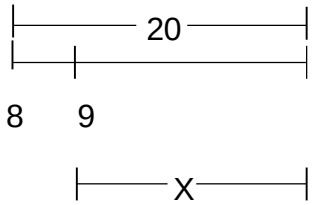
Δ3.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8, 12)	10	20
[12, 16)	14	15
[16, 20)	18	10
[20, 24)	22	5
Σύνολο		50

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Α' τρόπος:

Η κατανομή των παρατηρήσεων στην κλάση [8,12] θεωρείται ομοιόμορφη.

Άρα 

$\frac{12-8}{12-9} = \frac{20}{x} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{20}{x} \Leftrightarrow x = 15$

Τουλάχιστον 9 και κάτω από 12 λεπτά χρειάστηκαν 15 υπολογιστές.

Τουλάχιστον 12 και κάτω από 24 λεπτά χρειάστηκαν 15 + 10 + 5 = 30 υπολογιστές.

Άρα τουλάχιστον 9 λεπτά χρειάστηκαν 15 + 30 = 45 υπολογιστές.

Β' τρόπος:

Η κατανομή των παρατηρήσεων στην κλάση [8,12) θεωρείται ομοιόμορφη.

Κάτω από 9 λεπτά χρειάστηκαν $\frac{1}{4} \cdot 20 = 5$ υπολογιστές.

Άρα οι ζητούμενοι υπολογιστές είναι 50 – 5 = 45 υπολογιστές.

Δ4.

$$s^2 = \frac{1}{50} \cdot \sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i =$$

$$= \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 15 + (18-14)^2 \cdot 10 + (22-14)^2 \cdot 5}{50} =$$

$$= \frac{320 + 0 + 160 + 320}{50} = \frac{800}{50} = 16.$$

Άρα $s = \sqrt{s^2} = 4$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} > \frac{1,4}{14} = 0,1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δ5.

$y_i = 0{,}8x_i$

Άρα $\bar{y} = 0{,}8 \cdot \bar{x} = 0{,}8 \cdot 14 = 11.2$

$s_y = |0{,}8| \cdot s_x = 0{,}8 \cdot s_x = 0{,}8 \cdot 4 = 3{,}2$

$\mathrm{CV_y} = \frac{\mathrm{s_y}}{\bar{\mathrm{y}}} = \frac{3{,}2}{11{,}2} > \frac{1{,}12}{11{,}2} = 0{,}1$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Επιμέλεια Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη

ΒΑΚΑΛΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ