ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (παλιό σύστημα)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2020

ΘΕΜΑ Α

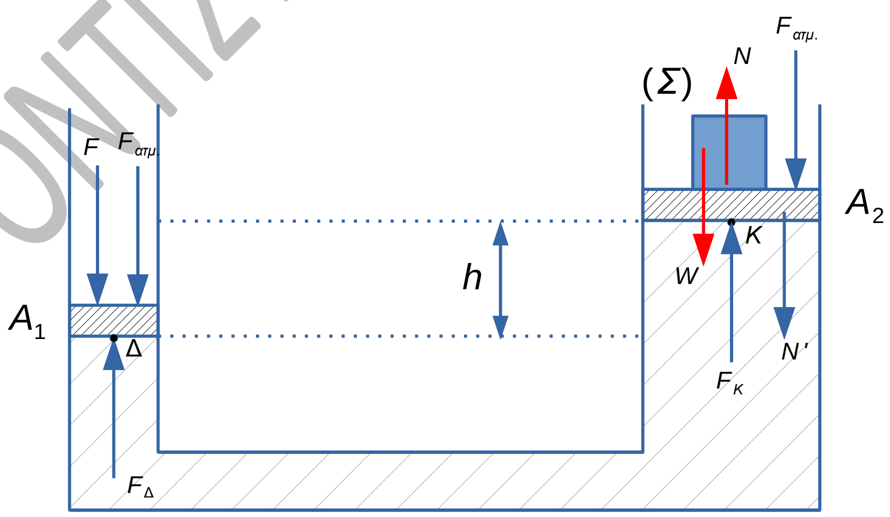
Α1) β **Α2)** γ **Α3)** α **Α4)** α

Α5) α) Σ **β)** Λ **γ)** Λ **δ)** Λ **ε)** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1) Σωστή απάντηση: (ii)

Αιτιολόγηση:



Θεωρούμε σημείο Δ ακριβώς κάτω από το έμβολο (1) το οποίο ισορροπεί. Επομένως:

$$\Sigma F_1 = 0 \rightarrow F_\Delta = F_{\alpha\tau\mu} + F \rightarrow P_\Delta \cdot A_1 = P_{\alpha\tau\mu} \cdot A_1 + F \rightarrow P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A_1}$$

Ομοίως να θεωρήσουμε σημείο Κ ακριβώς κάτω από το έμβολο δύο το οποίο ισορροπεί επίσης:

$$\Sigma F_2 = 0 \rightarrow F_K = F_{\alpha\tau\mu} + N' \rightarrow P_K \cdot A_2 = P_{\alpha\tau\mu} \cdot A_2 + N' \rightarrow P_K = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{N'}{A_2}$$

Επειδή το σώμα ισορροπεί πάνω στο έμβολο ισχύει ότι:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow W = N$$

Η N με την N'είναι δράση αντίδραση άρα

$$N' = N = W$$

Επομένως η τελευταία σχέση γίνεται:

$$P_K = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{N'}{A_2} \rightarrow P_K = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{W}{A_2}$$

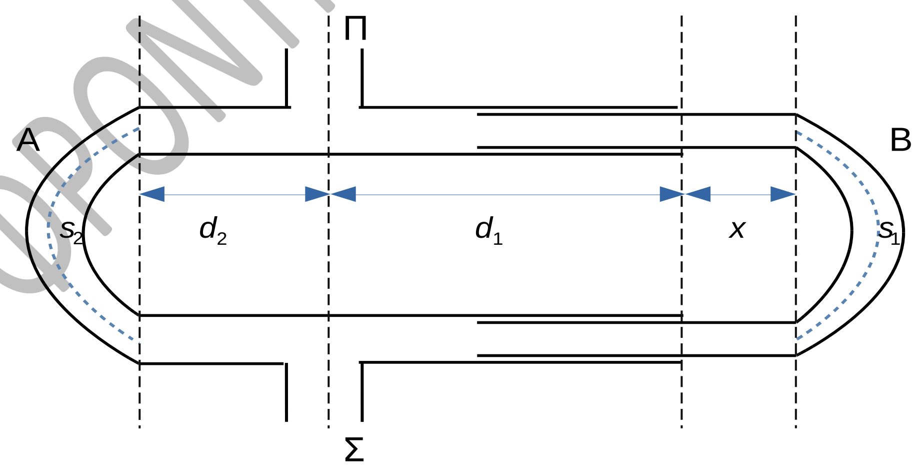
Από την ισορροπία του υγρού για τα σημεία Δ και Κ έχουμε:

$$P_\Delta = P_K + \rho g h \rightarrow P_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A_1} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{W}{A_2} + \rho g h \rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} + \rho g h$$

$$\boldsymbol{\frac{F}{A_1} = \frac{W + \rho g h}{A_2}}$$

Β2) Σωστή απάντηση: $(\boldsymbol{ii})$

Αιτιολόγηση:



Έστω ο σωλήνας Β σε τυχαία θέση με μήκος x. Μετράμε τις αποστάσεις που διανύει το κύμα σε κάθε σωλήνα:

$$\boldsymbol{r_1 = 2d_1 + 2x + s_1 \quad \kappa\alpha\iota \quad r_2 = 2d_2 + s_2}$$

Η διαφορά των δύο δρόμων που διανύει το κύμα είναι:

$$r_1 - r_2 = 2d_1 + 2x + s_1 - 2d_2 - s_2 = 2d_1 - 2d_2 + 2x - s_1 - s_2$$

Αν $x = x_1$ τότε εμφανίζεται ενίσχυση οπότε:

$$r_1 - r_2 = N\lambda \rightarrow 2d_1 - 2d_2 + s_1 - s_2 + 2x_1 = N\lambda$$

Αν $x = x_2$ τότε εμφανίζεται ακύρωση οπότε:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow 2d_1 - 2d_2 + s_1 - s_2 + 2x_2 = N \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$$

Αφαιρούμε κατά μέλη οπότε:

$$2x_2 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \rightarrow 2(x_1 + 4) - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 16\ cm}$$

Β3). Σωστή απάντηση : $(\boldsymbol{iii})$

Αιτιολόγηση:

$$\Pi_1 = \frac{K_2'}{K_1}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2 {u_2'}^2}{\frac{1}{2}m_1 u_1^2}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\left(\frac{2m_1u_1}{m_1+m_2}\right)^2}{\frac{1}{2}m_1u_1^2}100\%$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \ \ (1)$$

$$\Pi_2 = \frac{K_1'}{K_2}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 {u_1'}^2}{\frac{1}{2}m_2 u_2^2}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\left(\frac{2m_2u_2}{m_1+m_2}\right)^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2}100\%$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \ \ (2)$$

Από τις (1) και (2)

$$\boldsymbol{\Pi_1 = \Pi_2}$$

ΘΕΜΑ Γ

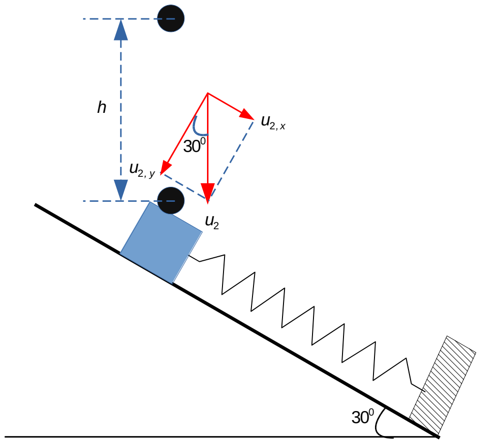
Γ1) Η ταχύτητα που έχει το m_2 λίγο πριν την κρούση είναι:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ.} \rightarrow \frac{1}{2}m_2u_2^2 - 0 = m_2gh \rightarrow u_2 = 2\sqrt{3}\,m/s$$

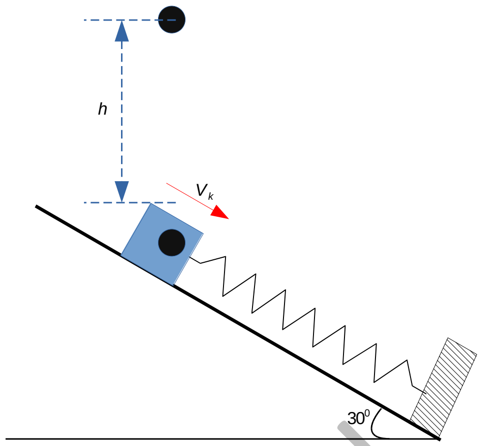
Η κρούση είναι πλάγια και η ορμή διατηρείται μόνο στον άξονα xx'. Επομένως:

$$\sum F_{εξ,x} = 0 \rightarrow P_{ολ,πριν,x} = P_{ολ,μετά,x} \rightarrow m_2u_2ημ30^o = (m_1+m_2)V_k \rightarrow 3 \cdot 2\frac{\sqrt{3}\cdot 1}{2} = (1+3)V_k \rightarrow$$

$$\boldsymbol{V_k = \frac{3\sqrt{3}}{4}m/s}$$



Πριν



Μετά

Γ2)

Για την αρχική θέση που ισορροπεί το σώμα m_1έχουμε:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow m_1 g\eta\mu 30^o = k\Delta l_1 \rightarrow \frac{1 \cdot 10 \cdot 1}{2} = 100\Delta l_1 \rightarrow \Delta l_1 = 0{,}05m$$

Για την θέση ισορροπίας του συσσωματώματος έχουμε:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow (m_1 + m_2)g\eta\mu 30^o = k\Delta l_0 \rightarrow \frac{(3+1) \cdot 10 \cdot 1}{2} = 100\Delta l_0$$

$$\Delta l_0 = 0{,}2m$$

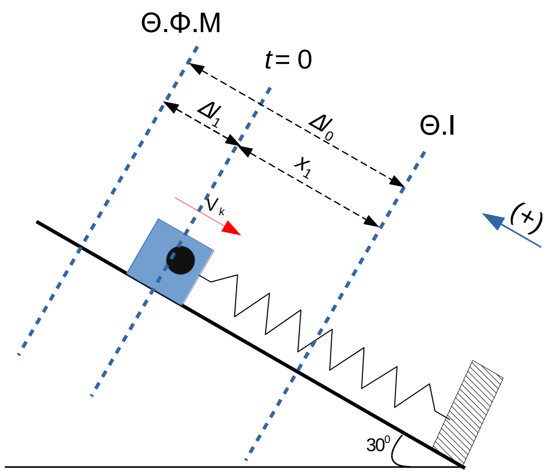
Επομένως για την ταλάντωση του συσσωματώματος η αρχική του θέση ακριβώς μετά την κρούση είναι:

$x_1 = \Delta l_0 - \Delta l_1 = 0{,}15m$ με ταχύτητα μέτρου $u = V_k = \frac{3\sqrt{3}}{4} m/s$

Επομένως από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε:

$$K + U = E_T \rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_k^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow (3+1)\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + 100 \cdot 0{,}15^2 = 100A^2$$

$$\boldsymbol{A = 0{,}3m}$$



Γ3) Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

Όπως υπολογίσαμε παραπάνω $A = 0{,}3m$. Η γωνική συχνότητα ω της ταλάντωσης είναι:

$$k = (m_1 + m_2)\omega^2 \to \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \to \omega = \sqrt{\frac{100}{1+3}} \to \omega = 5\,rad/s$$

Σύμφωνα με τη θετική φορά που ορίζει η άσκηση ισχύει ότι για $t = 0$ δηλαδή ακριβώς μετά την κρούση θα ισχύει $x = +x_1 = +0{,}15m$ και $v = -V_k = \frac{-3\sqrt{3}}{4} m/s$.

Οπότε αντικαθιστώντας στην εξίσωση έχουμε:

$$0{,}15 = 0{,}3\eta\mu(\phi_0) \to \eta\mu(\phi_0) = \frac{1}{2} \to \eta\mu(\phi_0) = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Οι ομάδες λύσεων είναι:

$$\phi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \phi_0 = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \, \mu\varepsilon \; \kappa \in \mathbb{N}$$

Επειδή πρέπει $0 \leq \phi_0 < 2\pi$ έχουμε για $\kappa = 0$

$$\phi_0 = \frac{\pi}{6}\, rad \quad \kappa\alpha\iota \quad \phi_0 = \frac{5\pi}{6}\, rad$$

Από την χρονική εξίσωση της ταχύτητας για $t = 0$ έχουμε:

$$u = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \to u = \omega A\sigma\upsilon\nu(\phi_0)$$

Αρνητική ταχύτητα έχουμε αν το $\phi_0 = \frac{5\pi}{6} rad$.

Άρα η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης γράφεται:

$$\boldsymbol{x = 0{,}3\eta\mu\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)(S.I.)}$$

Γ4) Όταν $K = 8U$ από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση έχουμε:

$$K + U = E_T \to 8U + U = E_T \to E_T = 9U \to \frac{1}{2}kA^2 = 9\frac{1}{2}kx^2 \to x = \pm\frac{A}{3}$$

$$x = \pm 0{,}1m$$

Από την κίνηση του συσσωματώματος καταλαβαίνουμε ότι για δεύτερη φορά θα ισχύει το $K = 8U$ στην θέση $x = -0{,}1m$.

Σε αυτή τη θέση το μέτρο της δύναμης επαναφοράς θα είναι:

$$|F_{\varepsilon\pi.}| = |kx| = |100 \cdot 0{,}1| \rightarrow |F_{\varepsilon\pi.}| = 10N$$

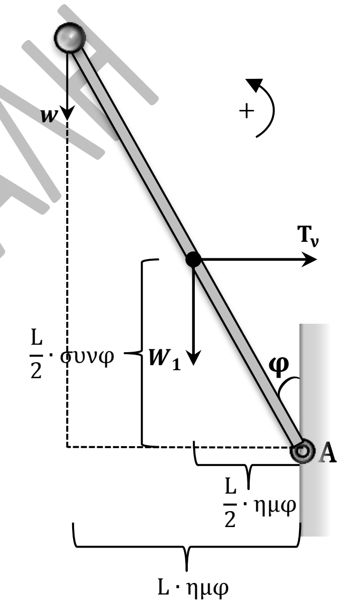
ενώ η δύναμη ελατηρίου θα έχει μέτρο:

$$|F_{\varepsilon\lambda.}| = |k(\Delta l_0 + x)| = |100 \cdot (0{,}2 + 0{,}1)| \rightarrow |F_{\varepsilon\lambda.}| = 30N$$

Άρα το πηλίκο των μέτρων είναι:

$$\frac{|\boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda.}}|}{|\boldsymbol{F_{\varepsilon\pi.}}|} = \boldsymbol{3}$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.i) Από την ισορροπία ροπών στη ράβδο έχουμε :

$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = \vec{0} \;\rightarrow\; \vec{\tau}_w + \vec{\tau}_{w_1} + \vec{\tau}_{T_\nu} + \vec{\tau}_{F_A} = \vec{0} \;\rightarrow$$

$$mg \cdot L \cdot \eta\mu\varphi + M_1 g \cdot \frac{L}{2} \cdot \eta\mu\varphi - T_\nu \cdot \frac{L}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + 0 = 0 \rightarrow$$

$$\left|\vec{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{\nu}}\right| = \boldsymbol{60\ N}$$

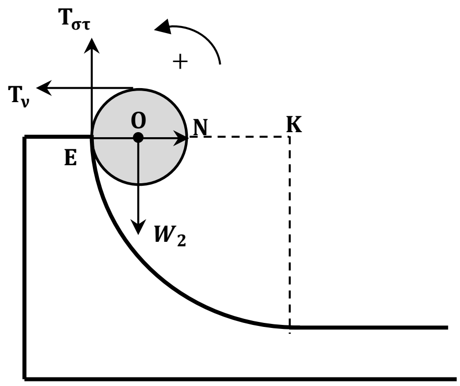
ii) Από την ισορροπία ροπών στο δίσκο έχουμε :

$$\Sigma\vec{\tau}_{(O)} = \vec{0} \;\rightarrow\; \vec{\tau}_N + \vec{\tau}_{w_2} + \vec{\tau}_{T_\nu} + \vec{\tau}_{T_{\sigma\tau}} = \vec{0} \;\rightarrow$$

$$0 + 0 + T_\nu \cdot r - T_{\sigma\tau} \cdot r = 0 \;\rightarrow\; \left|\vec{T}_{\sigma\tau}\right| = \left|\vec{T}_\nu\right| = 60\ N$$

Από την ισορροπία δυνάμεων στο δίσκο έχουμε :

$$\Sigma\vec{F}_y = \vec{0} \rightarrow W_2 = T_{\sigma\tau} = 60\ N \;\rightarrow\; \boldsymbol{M_2 = 6\ kg}$$



Δ2. Υπολογίζουμε αρχικά τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σημειακή μάζα ως προς την άρθρωση Α.

$$I_{ολ} = I_ρ + I_m = \frac{1}{3}M_1 L^2 + m \cdot L^2 = 3\ kg \cdot m^2$$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης τη στιγμή που κόβεται το νήμα

$$Σ\vec{τ} = I_{ολ} \cdot \vec{α}_{γων} \quad \rightarrow \quad mg \cdot L \cdot ημφ + M_1 g \cdot \frac{L}{2} \cdot ημφ = I_{ολ} \cdot α_{γων}$$

$$|\vec{\boldsymbol{α}}_{γων}| = \mathbf{8}\ \frac{\boldsymbol{rad}}{\boldsymbol{s}}$$

Δ3.i) Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από την αρχική θέση της ράβδου μέχρι την οριζόντια θέση.

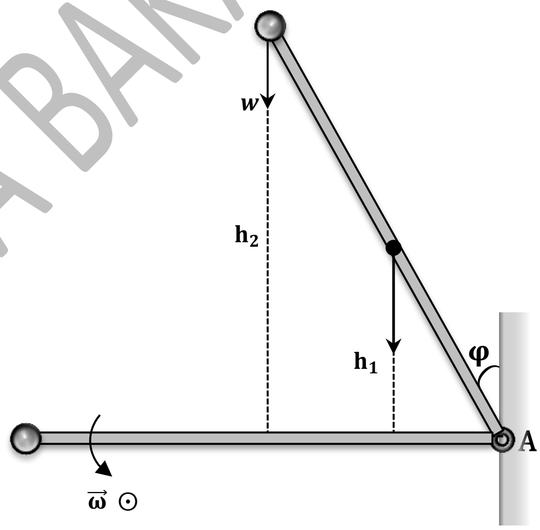
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = Σw_F \rightarrow \frac{1}{2} I_{ολ} ω^2 = mgh_2 + M_1 g h_1$$

$$\frac{1}{2} I_{ολ} ω^2 = mgL \cdot συνφ + M_1 g \frac{L}{2} συνφ$$

$$ω = \frac{8\sqrt{3}}{3} \frac{rad}{s}$$

$$Δ\vec{L} = \vec{L}_{τελ} - \vec{L}_{αρχ} \rightarrow |Δ\vec{L}| = |\vec{L}_{τελ}| = I_{ολ} \cdot ω$$

$$|\boldsymbol{Δ\vec{L}}| = \mathbf{8\sqrt{3}}\ \boldsymbol{kg} \cdot \frac{\boldsymbol{m^2}}{\boldsymbol{s}}$$



ii) Η φορά του διανύσματος είναι από την σελίδα προς τον αναγνώστη.

Δ4. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη σύνθετη κίνηση του δίσκου από τη θέση 1 στη 2

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = Σw_F \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} I_{cm} ω_δ^2 + \frac{1}{2} M_2 υ_{cm}^2 = M_2 g(R - r)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M_2 r^2 \cdot ω_δ^2 + \frac{1}{2} M_2 υ_{cm}^2 = M_2 g(R - r) \quad \rightarrow \quad \frac{3}{4} M_2 υ_{cm}^2 = M_2 g(R - r)$$

$$|\vec{\boldsymbol{υ}}_{\boldsymbol{cm}}| = \mathbf{6}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}$$

Δ5.i) Το κέντρο μάζας του δίσκου διανύει περιφέρεια επιβατικής ακτίνας $\mathrm{R-r}$ διαγράφοντας επίκεντρη γωνία $\frac{\pi}{2}\ rad.$

$$S_{cm} = (\mathrm{R-r}) \cdot \frac{\pi}{2}$$

Από κύλιση χωρίς ολίσθηση έχουμε

$$S_{cm} = r \cdot \Delta\theta$$

Από τις παραπάνω δύο σχέσεις προκύπτει

$$(\mathrm{R-r}) \cdot \frac{\pi}{2} = r \cdot \Delta\theta \ \rightarrow \ (\mathrm{R-r}) \cdot \frac{\pi}{2} = r \cdot N \cdot 2\pi \ \rightarrow \ N = \frac{\mathrm{R-r}}{4r} = \frac{27}{4}$$

$$\boldsymbol{N = 6,75\ \pi\varepsilon\rho}$$

ii) Στο οριζόντιο δάπεδο η κίνηση του κέντρου μάζας είναι ευθύγραμμη και ομαλή έτσι

$$S'_{cm} = r \cdot \Delta\theta' \rightarrow \pi = 0{,}1 \cdot \Delta\theta' \rightarrow \Delta\theta' = 10\pi \rightarrow N' \cdot 2\pi = 10 \cdot \pi$$

$$\boldsymbol{N' = 5\ \pi\varepsilon\rho}$$