ΒΑΚΑΛΗΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
από το 1967

ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Απαντήσεις στα θέματα των Εισαγωγικών Εξετάσεων

τέκνων Ελλήνων του Εξωτερικού και

τέκνων Ελλήνων Υπαλλήλων στο εξωτερικό 2017

ΘΕΜΑ Α

Α.1 α

Α.2 δ

Α.3 γ

Α.4 β

Α.5

α→ Σ

β→ Λ

γ→ Σ

δ→ Σ

ε→ Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η απάντηση **(iii)**

Αιτιολόγηση:

$$K_1 = K_2 \to \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}4m\upsilon_2^2 \to \upsilon_1 = 2\upsilon_2 (1)$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \to m\upsilon_1 - 4m\upsilon_2 = (m+4m)\upsilon_\kappa \xrightarrow{(1)} \upsilon_1 - 2\upsilon_1 = 5\upsilon_\kappa \to \upsilon_\kappa = -\frac{1}{5}\upsilon_1$$

Η τελική κινητική ενέργεια γράφεται:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}(m+4m)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{5}K_1$$

επομένως

$$\frac{\boldsymbol{K_{\tau\varepsilon\lambda}}}{\boldsymbol{K_{\alpha\rho\chi}}} = \frac{\frac{1}{5}K_1}{K_1 + K_2} = \frac{\frac{1}{5}K_1}{2K_1} = \boldsymbol{\frac{1}{10}}$$

Β2. Σωστή η απάντηση **(i)**

Αιτιολόγηση:

απο το θεώρημα Torricelli η ταχύτητα εξόδου απο τις οπές είναι

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(H - h_1)}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2g(H - h_2)}$$

Κάθε στοιχείο του νερού εκτελεί οριζόντια βολή. Για την κίνηση στον κατακόρυφο άξονα (ελεύθερη πρώση) έχουμε:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \to t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

ομοίως

$$h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \to t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

αφού συναντούν το δάπεδο στο ιδιο σημείο το βεληνεκές είναι το ίδιο έτσι

$$S_1 = S_2 \to \upsilon_1 t_1 = \upsilon_2 t_2 \xrightarrow{h_2 = 3h_1} \sqrt{2g(H - h_1)} \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{2g(H - 3h_1)} \cdot \sqrt{\frac{6h_1}{g}}$$

Όπου μετά από πράξεις προκύπτει

$$\boldsymbol{H = 4h_1}$$

Β3. α) Σωστή η απάντηση **(iii)**

Αιτιολόγηση:

Επειδή $\Sigma\vec{\tau}_{(\varepsilon\xi)} = \vec{0}$ το σύστημα του αστέρα θεωρείται μονωμένο και άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow I_0 \cdot \omega_0 = I \cdot \omega \rightarrow \frac{2}{5}mR^2 \cdot \omega_0 = \frac{2}{5}m\left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot \omega \rightarrow \omega = 4\omega_0$$

Για την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής έχουμε:

$$\frac{\boldsymbol{K}}{\boldsymbol{K_0}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}I_0\omega_0^2} = \frac{1}{4} \cdot 16 = \mathbf{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα προκύπτει οτι ο χρόνος έναρξης ταλάντωσης του σημείου Σ είναι $0{,}35\ s$ έτσι

$$r_1 = \upsilon_\delta \cdot t_1 \rightarrow \upsilon_\delta = \frac{r_1}{t_1} = \frac{1{,}4}{0{,}35} \rightarrow \boldsymbol{\upsilon_\delta = 4\frac{m}{s}}$$

και ο χρόνος έναρξης συμβολής είναι $t_2 = 0{,}55\ s$ άρα η απόσταση $r_2 = \upsilon_\delta \cdot t_2$ ή

$$\boldsymbol{r_2 = 2{,}2\ m}$$

Γ2. Στη χρονική διαφορά $\Delta t = 0{,}55 - 0{,}35 = 0{,}2\ s$ το σημείο Σ εκτελεί 2 ταλαντώσεις έτσι

$$T = 0{,}1\ s \ \text{ ή } \ \boldsymbol{f = 10\ Hz}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\upsilon_\delta}{f} = 0{,}4\ m}$$

Γ3. Την χρονική στιγμή $\mathrm{t} = \frac{5}{8} = 0{,}625\ s > 0{,}55\ s$ η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Σ θα δίνεται από την εξίσωση συμβολής :

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right) \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$$

Με αντικατάσταση προκύπτει

$$y_\Sigma = 2 \cdot 0{,}05 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{1{,}4 - 2{,}2}{0{,}4}\right) \cdot \eta\mu\left(20\pi \cdot \frac{5}{8} - \pi\frac{1{,}4 + 2{,}2}{0{,}4}\right) = 0{,}1 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \cdot \eta\mu 3{,}5\pi$$

$$\boldsymbol{y_\Sigma = -0{,}1\ m}$$

Γ4. Θα αναζητήσουμε το πλήθος των υπερβολών απόσβεσης μεταξύ της ευθείας που ενώνει τις πηγές.

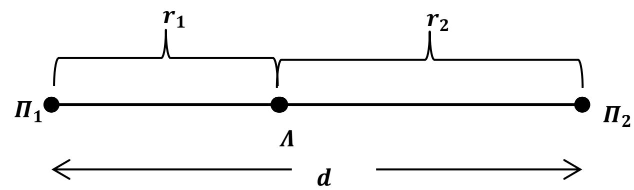
Έστω τυχαίο σημείο Λ ακυρωτικής συμβολής επάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$. Για το σημείο Λ ισχύουν:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda}{2} = 0{,}2(2N+1) \quad (1) \quad \text{(συνθήκη ακυρωτικής συμβολής)}$$

$$r_1 + r_2 = d = 2 \quad (2) \quad \text{(σχήμα)}$$

Προσθέτοντας τις (1) και (2) καταλήγουμε:

$$r_1 = \frac{0{,}4\cdot N\ + 2{,}2}{2} \quad (3)$$



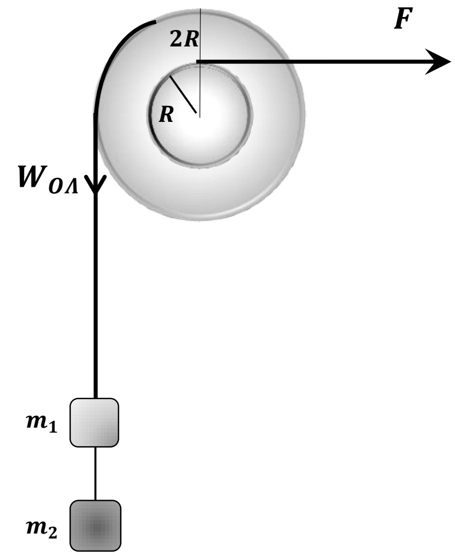
Η (3) όμως θα πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη $0 < r_1 < d$. Έτσι

$$0 < \frac{0{,}4\cdot N\ + 2{,}2}{2} < 2 \quad \Leftrightarrow \quad 0 < 0{,}4\cdot N\ + 2{,}2 < 4 \quad \Leftrightarrow \quad -2{,}2 < 0{,}4\cdot N\ < 1{,}8$$

όπου τελικά καταλήγουμε: $-5{,}5 < N < +4{,}5$ με πιθανές τιμές του $N: 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm 4, -5$

Δηλαδή 10 σημεία ακυρωτικής συμβολής μεταξύ των πηγών.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία του στερεού σώματος προκύπτει

$$\Sigma\tau = 0 \rightarrow FR = (W_1 + W_2)2R$$

$$\boldsymbol{F} = 2(m_1 g + m_2 g) = \mathbf{100\ N}$$

Δ2. Για τη μεταφορική κίνηση του σώματος ισχύει:

$$\Sigma F = m_1 \cdot a_\Sigma \ \ \rightarrow \ -m_1 g + T_1 = m_1 \cdot a_\Sigma \quad (1)$$

Όπου $\alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot 2R$ (2)

Για τη περιστροφική κίνηση του Στερεού ισχύει:

$$\Sigma\tau = I_{cm} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \ \rightarrow \ F \cdot R - T_1 2R = \frac{3}{2} M R^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \ \overset{(2)}{\rightarrow} \ F - 2T_1$$

$$= \frac{3}{4} M a_\Sigma \quad (4)$$

Πολλάπλασιάζοντας επι 2 την (1) και προσθέτοντας τις (1) , $και$ (4) έχουμε:

$$F - 2m_1 g = \left(2m_1 + \frac{3}{4}M\right) a_\Sigma \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{a_\Sigma = 6\ \ \frac{m}{s^2}}$$

Με φορά προς τα πάνω (το νήμα στον εξωτερικό κύλινδρο τυλίγεται.)

Δ3. Για το στερεό ισχύει $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_\Sigma}{2R} = \frac{6}{0,2} = 30 \frac{rad}{s^2}$ $και$ $I = \frac{3}{2} M R^2 = 0,12\ kg \cdot m^2$

$$\left|\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}\right| = |\Sigma \vec{\tau}| = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 3,6\ N \cdot m$$

Δ4. Το στερεό έχει διαγράψει γωνία

$$\Delta\theta = N \cdot 2\pi = 40\ rad$$

επομένως το έργο της εξωτερικής σταθερής δύναμης θα δίνεται από τη σχέση

$$W_F = \tau_F \cdot \Delta\theta = F \cdot R \cdot \Delta\theta = 100 \cdot 0,1 \cdot 40$$

$$\boldsymbol{W_F = +400\ J}$$

Επιμέλεια Καθηγητών Φροντιστηρίων Βακάλη