ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2021

ΘΕΜΑ Α

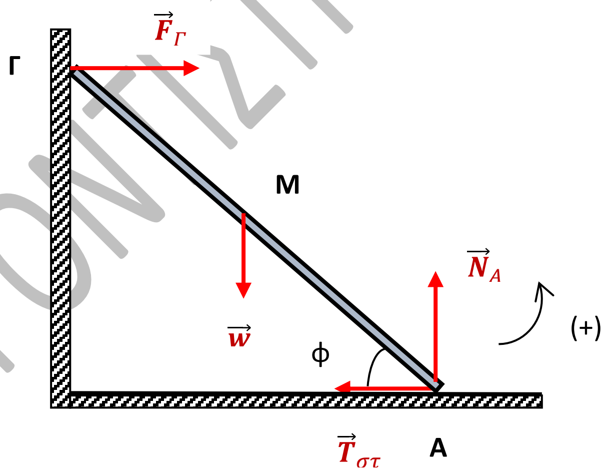
Α1. (γ) **Α2.** (δ) **Α3.** (γ) **Α4.** (β)

Α5. **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση η **(ii)**

β)



Αν L είναι το μήκος της σκάλας και Μ το μέσο της, από την ισορροπία της προκύπτουν:

- $\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \implies -F_Γ L ημφ + w\frac{L}{2}συνφ = 0 \implies w = 2F_Γ εφφ$ (1)
- $\Sigma\overrightarrow{F_x} = 0 \implies T_{στ} = F_Γ$ (2)
- $\Sigma\overrightarrow{F_y} = 0 \implies w = N_A$ (3)

$$(1) \xrightarrow{(2)\,(3)} N_A = 2T_{στ}εφφ$$

Όμως, για να ισορροπεί η σκάλα, θα πρέπει να ισχύει:

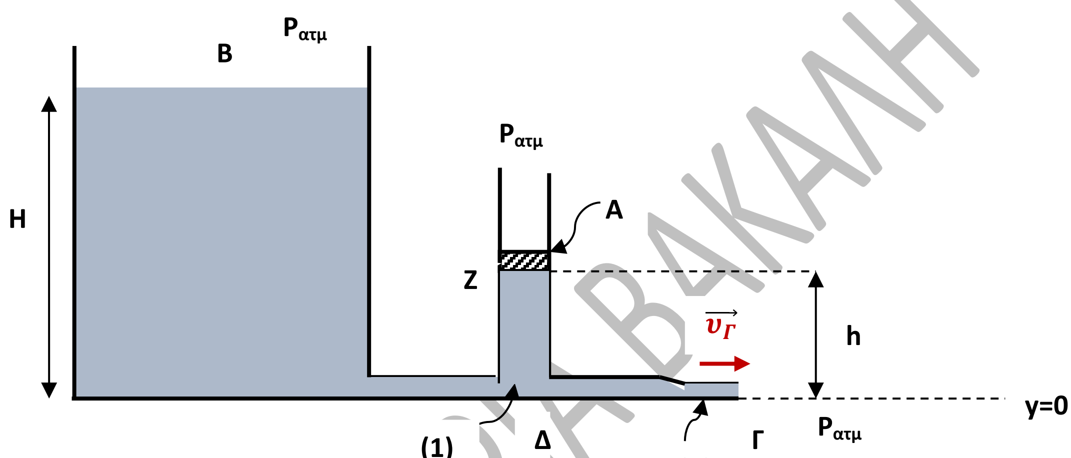
$$T_{\sigma\tau} \le \mu N_A \implies T_{\sigma\tau} \le \mu 2 T_{\sigma\tau} \varepsilon\varphi\varphi \implies \varepsilon\varphi\varphi \ge \frac{1}{2\mu}$$

Άρα για την ελάχιστη τιμή της $\varepsilon\varphi\varphi$ θα ισχύει:

$$\boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}}$$

B2. α) Σωστή απάντηση η **(i)**

β)



Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου Β της επιφάνειας του υγρού στη δεξαμενή και του σημείου εξόδου Γ:

$$P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 + \rho g H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \quad \kappa\alpha\iota\ \mu\varepsilon\ \upsilon_B \to 0\!: \ \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gH} \qquad (1)$$

Από την εξίσωση συνέχειας μεταξύ των σημείων Δ και Γ:

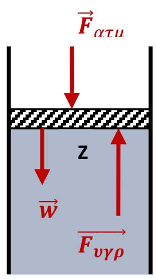
$$A_1\upsilon_\Delta = A_2\upsilon_\Gamma \implies \upsilon_\Delta = \frac{\upsilon_\Gamma}{2} \qquad (2)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Δ και Γ:

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \overset{(2)}{\rightarrow} P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_\Gamma^2 - \frac{\upsilon_\Gamma^2}{4}\right) =$$

$$= P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\frac{3\upsilon_\Gamma^2}{4} \overset{(1)}{\rightarrow} P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4}\rho g H \qquad (3)$$

Από την ισορροπία του εμβόλου βρίσκουμε την πίεση σε σημείο Ζ ακριβώς κάτω από το έμβολο:



$$\overrightarrow{\Sigma F} = 0 \implies F_{\alpha\tau\mu} + w = F_{\upsilon\gamma\rho} \implies P_Z = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A}$$

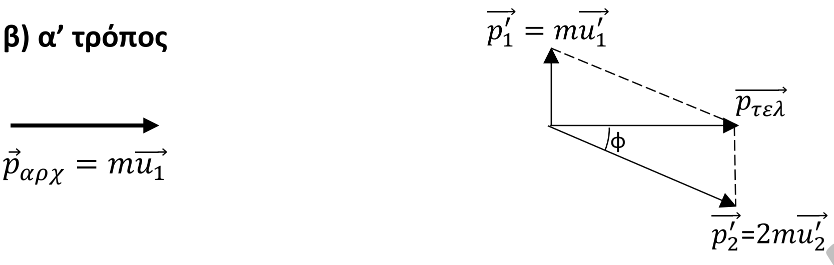
και επειδή το υγρό ισορροπεί στον κατακόρυφο σωλήνα:

$$P_\Delta = P_Z + \rho g h = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + \frac{\rho g H}{4} \xrightarrow{(3)} P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4}\rho g H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{w}{A} + \frac{\rho g H}{4} \Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{w = \frac{\rho g H A}{2}}$$

Β3. α) Σωστή απάντηση η **(iii)**

β) α' τρόπος



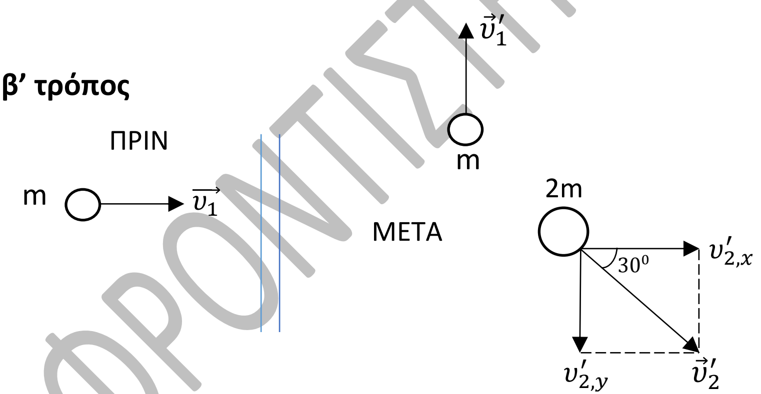
Από το σχήμα προκύπτει ότι: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{p_1'}{p_{\tau\varepsilon\lambda}} \to p_1' = p_{\tau\varepsilon\lambda} \cdot \varepsilon\varphi\varphi,$

$\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\, p_{\tau\varepsilon\lambda} = p_{\alpha\rho\chi} = mu_1, \quad o\pi\acute{o}\tau\varepsilon{:}\, mu_1' = mu_1\frac{\sqrt{3}}{3} \to u_1' = \frac{u_1}{\sqrt{3}}\ (1)$

Κρούση Σ$_1$,Σ$_3$: **ΑΔΟ**: $mu_1' = 2mu_K \to u_K = \frac{u_1'}{2} \xrightarrow{(1)} u_K = \frac{u_1}{2\sqrt{3}}\ (2)$

Ο ζητούμενος λόγος είναι: $\frac{\frac{1}{2}2mu_K^2}{\frac{1}{2}mu_1^2} = 2\frac{u_K^2}{u_1^2} = 2\frac{\frac{u_1^2}{12}}{u_1^2} = \frac{1}{6}$

β' τρόπος



Α.Δ.Ο. (y΄y)

$p_{y,\alpha\rho\chi} = p_{y,\tau\varepsilon\lambda} \to 0 = mu_1' - 2mu_{2,y}' \to u_1' = 2u_2'\eta\mu 30 \to |u_1'| = |u_2'|\ (\mathbf{1})$

Α.Δ.Ο. (x΄x)

$p_{x,\alpha\rho\chi} = p_{x,\tau\varepsilon\lambda} \to mu_1 = 2mu_{2,x}' \to u_1 = 2u_2'\sigma\upsilon\nu 30 \to u_1 = 2\frac{\sqrt{3}}{2}u_2' \to$

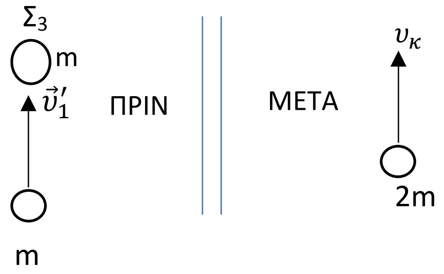
$u_1 = \sqrt{3}u_2' \to u_2' = \frac{u_1}{\sqrt{3}}\ (\mathbf{2})$

Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$p_{y,\alpha\rho\chi} = p_{y,\tau\varepsilon\lambda}$

$mu'_1 = 2mu_\kappa$

$u'_1 = 2u_\kappa$



$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2}2mu_\kappa^2 = m\left(\frac{u_1'}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mu_1'^2 \overset{(1)}{\rightarrow}$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{4}mu_2'^2 \overset{(2)}{\rightarrow} K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{4}m\left(\frac{u_1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{12}mu_1^2 \rightarrow \frac{K_{\sigma\upsilon\sigma}}{K_1} = \frac{1}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$\bar{P}_1 = I_{\varepsilon\nu}^2 \cdot R_1 \rightarrow I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{2}\,A$

$V_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu} \cdot R_1 = 6\sqrt{2}\,V$ $\kappa\alpha\iota$ $V = V_{\varepsilon\nu}\sqrt{2} \rightarrow V = 12V$

Γ2.

Είναι $V = N\omega BA$ $\kappa\alpha\iota$ $V' = N\omega' BA$

Δίνεται $f' = 2f \rightarrow \omega' = 2\omega$, οπότε $V' = 2V = 24V$

Έτσι : $\upsilon' = V'\eta\mu\omega' t \rightarrow \upsilon' = 24\eta\mu 100\pi t\ (S.I.)$

$$\kappa\alpha\iota\ i' = \frac{\upsilon'}{R_1} \rightarrow i' = 4\eta\mu 100\pi t\ (S.I.)$$

Η στιγμιαία ισχύς είναι :

$\mathrm{P} = \upsilon' \cdot i' \rightarrow \mathrm{P} = 96\eta\mu^2 100\pi t\ (S.I.)$

$$\Gamma\iota\alpha\ t_1 = 5 \cdot 10^{-3}\ s:\ P_1 = 96\eta\mu^2\frac{\pi}{2} = 96W$$

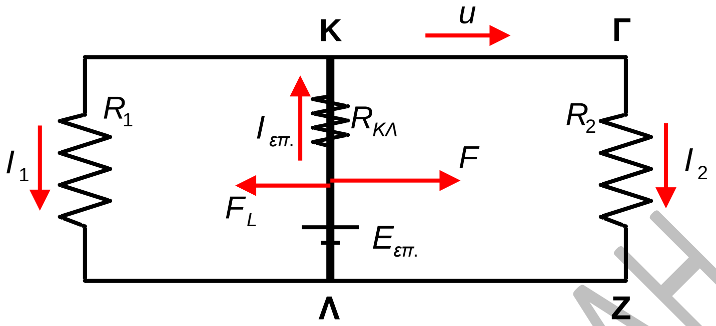
Γ3.

Ο αγωγός ΚΛ για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2sec$ εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με την επίδραση της δύναμης F.

Ισχύει ότι:

$\Sigma F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} \rightarrow a = \frac{0,5}{0,5} \rightarrow a = 1\,m/s^2$ Επομένως η ταχύτητα του αγωγού για την χρονική στιγμή t=2s θα είναι:

$u_1 = u_{αρχ.} + at \to u_1 = 0 + 1 \cdot 2 \to u_1 = 2\,m/s.$ Λόγω της κίνησης του αγωγού εμφανίζεται τάση στα άκρα του και την χρονική στιγμή που κλείνουν οι διακόπτες το κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.



Οπότε στον αγωγό εμφανίζεται δύναμη F_L.

Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα θα ισχύει ότι:

$$ΣF = 0 \to F_L = F \to BI_{επ.}l = F$$

Γνωρίζουμε ότι:

$$E_{επ} = Bul \; και \; I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ.}} \to I_{επ} = \frac{Bul}{R_{ολ.}}$$

Οπότε

$B\frac{Bul}{R_{ολ.}}l = F \to B^2l^2\frac{u}{R_{ολ.}} = F$Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα οπότε:

$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1+R_2)} = \frac{3 \cdot 6}{(3+6)} \to R_{1,2} = 2Ω$Η ισοδύναμη $R_{1,2}$ είναι σε σειρά με την αντίσταση $R_{ΚΛ}$ του αγωγού οπότε:

$$R_{ολ.} = R_{1,2} + R_{ΚΛ} = 2 + 2 \to R_{ολ.} = 4Ω$$

Οπότε για τον υπολογισμό του B έχουμε:

$$B^2l^2\frac{u}{R_{ολ.}} = F \to B^2 1^2 \cdot \frac{2}{4} = 0{,}5 \to B = 1T$$

Γ4. Στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq 2s$ ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και η απόσταση που θα διανύσει είναι:

$$s_1 = \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot (2-0)^2 \rightarrow s_1 = 2m$$

Στο χρονικό διάστημα $2 \leq t \leq 5s$ ο αγωγός ΚΛ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η απόσταση που θα διανύσει είναι:

$$s_2 = u \cdot \Delta t_2 = 2 \cdot (5-2) \rightarrow s_2 = 6m$$

Επομένως η συνολική απόσταση που έχει διανύσει ο αγωγός είναι:

$s_{ολ.} = s_1 + s_2 = 2 + 6 \rightarrow s_{ολ.} = 8m$

Σε ολόκληρο αυτό το διάστημα η δύναμη F είναι σταθερή οπότε το έργο της είναι:

$$W_F = F \cdot s_{ολ.} συν0 = 0{,}5 \cdot 8 \cdot 1 \rightarrow W_F = 4J$$

Από τη χρονική στιγμή t=2s που η ταχύτητα του αγωγού είναι σταθερή και κλείνει ο διακόπτης και μετά η επαγωγική τάση είναι ίση με:

$$E_{επ} = Bul = 1 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow E_{επ} = 2V$$

και το επαγωγικό ρεύμα ίσο με:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ.}} = \frac{2}{4} \rightarrow I_{επ} = 0{,}5A$$

Οπότε η τάση στα άκρα του αγωγού είναι ίση με:

$$V_{ΚΛ} = E_{επ.} - I_{επ.} R_{ΚΛ} = 2 - 0{,}5 \cdot 2 \rightarrow V_{ΚΛ} = 1V$$

Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_2 είναι ίσο με:

$$I_2 = \frac{V_{ΚΛ}}{R_2} = \frac{1}{3} \rightarrow I_2 = \frac{1}{3}A$$

Επειδή το ρεύμα έχει σταθερή τιμή μπορούμε από τον νόμο του Joule να υπολογίσουμε την θερμότητα που παράγεται στην αντίσταση R_2

$$Q_{R_2} = I_2^2 R_2 \Delta t_2 = 1^2 \cdot 3 \cdot (5-2) \rightarrow Q_{R_2} = 1J$$

Οπότε το ποσοστό είναι:

$$\Pi\% = \frac{Q_{R_2}}{W_F} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = \mathbf{25\%}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά άρα για τις τάσεις των νημάτων ισχύει $|\vec{T}'_1| = |\vec{T}_1|$ $και$ $|\vec{T}'_2| = |\vec{T}_2|$.

Από την ισορροπία του σώματος Σ_2 έχουμε :

$\Sigma F_\chi = 0 \rightarrow T_2 = W_{2x} = m_2 g \cdot \eta\mu\varphi = 30\ N$

Από ισορροπία ροπών στην τροχαλία έχουμε :

$$\Sigma\tau = 0 \rightarrow T'_1 \cdot 2r = T'_2 \cdot r \rightarrow T'_1 = 0{,}5T_2 = 15\ N$$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_1 έχουμε :

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T_1 = W_1 = m_1 g \rightarrow \quad \boldsymbol{m_1 = 1,5\ kg}$

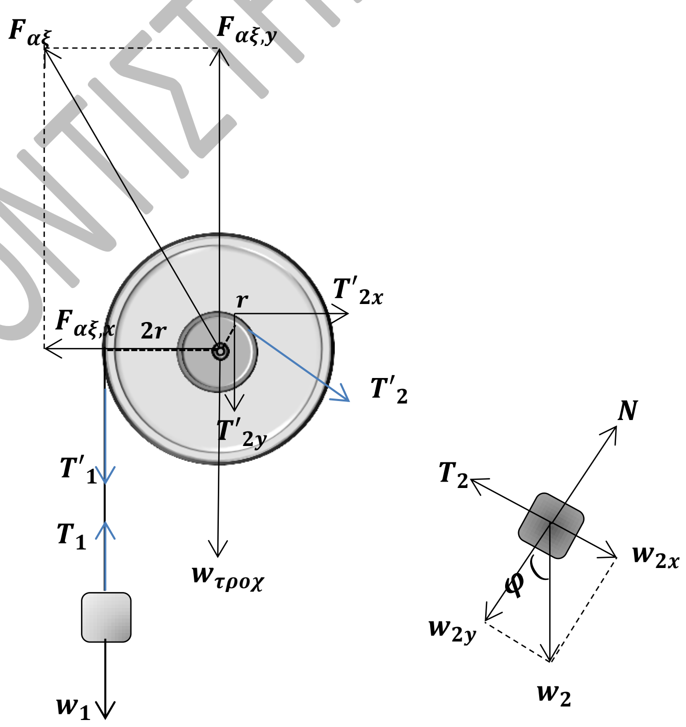
Από ισορροπία δυνάμεων στην τροχαλία έχουμε:

$$F_{\alpha\xi,y} = T'_1 + T'_{2y} + w_{\tau\rho o\chi} = T'_1 + T'_2 \cdot \eta\mu\varphi + w_{\tau\rho o\chi} = 15 + 18 + 15 = 48\ N$$

$$F_{\alpha\xi,x} = T'_{2x} = T'_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 24\ N$$

$$|\vec{F}_{\alpha\xi}| = \sqrt{F^2_{\alpha\xi,x} + F^2_{\alpha\xi,y}} = \sqrt{(24)^2 + (48)^2} = \sqrt{24^2 \cdot (1+4)} = 24\sqrt{5}$$

$$\boldsymbol{|\vec{F}_{\alpha\xi}| = 24\sqrt{5}\ N}$$



Δ2. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος Σ_2 πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$K_{TE\Lambda} - K_{APX} = \Sigma W_F \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - 0 = m_2 gh \ \rightarrow \ v_2^2 = 2gh \ \rightarrow \ |\vec{v}_2| = 6\frac{m}{s}$$

Το σώμα Σ_2 διανύει την απόσταση $(\Gamma\Delta) = l$ σε χρόνο Δt για τον οποίο ισχύει:

$$l = v_2 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\frac{3\pi}{5}}{6} = \frac{\pi}{10}\ s$$

Στον ίδιο χρόνο $0{,}1\pi\ s$ το σώμα Σ_3 διανύει απόσταση $d = A$ οπου A το πλάτος της ταλάντωσής του, ξεκινώντας από ακραία θέση στη θεση ισορροπίας του, έτσι :

$$\Delta t = \frac{T}{4} \ \rightarrow \ T = 0{,}4\pi\ s$$

Όμως $\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}}\ $ από την οποία προκύπτει η σταθερά k του ελατηρίου

$$\boldsymbol{k = 125\ N/m}$$

Δ3. Το Σ_3 όταν φτάσει στη Θ.Ι. του έχει ταχύτητα $v_3 = v_{max} = \omega \cdot A = \omega \cdot d$

Όπου $\omega = \sqrt{k/m_3} = 5\ rad/s$ έτσι $v_{max} = 5 \cdot 0{,}2 = 1\ m/s$

Από τους τύπους της κεντρικής και ελαστικής κρούσης έχουμε:

$$v'_3 = v'_{max} = \frac{2m_2}{m_3 + m_2}v_2 - \frac{m_3 - m_2}{m_3 + m_2}v_{max} \quad \rightarrow \quad v'_{max} = 6\ m/s$$

Επειδή βρίσκεται στη Θ.Ι. του και κινείται με αρνητική ταχύτητα η νέα ταλάντωση παρουσιάζει αρχική φάση $\varphi_0 = \pi\ rad$ και νέο πλάτος ταλάντωσης

$$A' = {v'_{max}}/{\omega} = 1{,}2\ m$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας γράφεται

$$\boldsymbol{x = A' \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 1{,}2 \cdot \eta\mu(5t + \pi)\ \ (SI)}$$

Δ4. Από την εκφώνηση έχουμε $K = 8U$ επομένως η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος θα είναι $E_T = K + U = 9U$

$$U = \frac{1}{9}E_T \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}kA^2 \;\Leftrightarrow\; x = \pm\frac{A}{3} = \pm 0{,}4\,m$$

δεκτή τιμή είναι η $x = -0{,}4\,m$.

$$\frac{\boldsymbol{dP}}{\boldsymbol{dt}} = \Sigma F = -kx = -125\cdot(-0{,}4) = \mathbf{50\,N}$$

Από την εκφώνηση έχουμε $K = 8U$

$$\frac{1}{2}m_3 v^2 = 8\frac{1}{2}kx^2 \;\rightarrow\; v^2 = 32 \;\rightarrow\; v = \pm 4\sqrt{2}\,m/s$$

δεκτή τιμή είναι η $v = -4\sqrt{2}\,m/s$.

Έτσι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας γράφεται:

$$\left|\frac{dK}{dt}\right| = \left|\frac{\Sigma W_F}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Sigma F\cdot\Delta_X}{\Delta t}\right| = |\Sigma F\cdot v| = 50\cdot 4\sqrt{2} = 200\cdot\sqrt{2} \quad \text{ή}$$

$$\left|\frac{\boldsymbol{dK}}{\boldsymbol{dt}}\right| = \mathbf{+200\sqrt{2}}\;\boldsymbol{J/s}$$

Δ5. Το σώμα Σ_3 χρειάζεται χρόνο $\Delta t_1 = \frac{T}{2} = 0{,}2\pi\,s$ για να φτάσει για 1η φορά στη Θ.Φ.Μ. μετά τη κρούση. Στο χρονικό αυτό διάστημα το Σ_2 διανύει απόσταση

$$x_2 = v_{max}\cdot\Delta t_1 = 1\cdot 0{,}2\pi = 0{,}628\,m$$

Έτσι η απόσταση των δύο σωμάτων είναι $\boldsymbol{x_2 = 0,628\,m.}$