ΑΣΚΗΣΗ 1η

Δίνεται η $f(x) = e^{-x} - x - 1$, με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρεθεί το πρόσημο της f^{-1}.

β) Να βρεθούν τα κοινά σημεία της $f^{-1}(x)$ και $y = x$.

γ) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{1}{x} - \ln x - 1 = e^{-x+1} - x$

δ) Να βρεθούν τα όρια:

i) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x+1}{f^{-1}(x) \cdot \eta\mu x}$

ii) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2 \eta\mu\frac{1}{x}+1}{f^{-1}(x) \cdot f(x)}$ (θεωρήστε γνωστό $\lim\limits_{x \to 0} f^{-1}(x) = 0$)

Φροντιστήρια Βακάλη

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Δίνεται $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ για την οποία, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

$f^2(x)-2\eta\mu x f(x)\le x^4-\eta\mu^2 x.$

i) Να βρεθεί το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$

ii) Θεωρούμε επιπλέον $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, όπου για κάθε $x\in\mathbb{R}*$

$f(x)g(x)<x^3\eta\mu\frac{1}{x}+x$

Αν $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=l\in\mathbb{R}$

α) Να βρεθεί το l.

β) Να βρεθεί το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)g(x)+\eta\mu(x^3+x)}{x^3\eta\mu\frac{1}{x}+f(x)}$

γ) Να βρεθεί το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^5\eta\mu\frac{1}{x}+x^2}{(f(x)-x)^2}$

δ) Να βρεθεί το $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+1}{(g(x)-1)^2+x-\ln(x+1)}$

Φροντιστήρια Βακάλη