



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ :**

- 1<sup>ο</sup> ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
- 2<sup>ο</sup> ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της ;

**Μονάδες 8**

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$ , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο  $A$ , λέμε ότι παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) ελάχιστο ;

**Μονάδες 7**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**Μονάδες 10**

- i)** Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον  $x'x$ .
- ii)** Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
- iii)** Αν η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης  $f$  διέρχεται από τα σημεία  $A(1,2)$  και  $B(2,5)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.
- iv)** Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα, τότε η  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα.
- v)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , με  $f(x) = \phi(x-c)$ , όπου  $c > 0$ , προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $\phi(x)$  κατά  $c$  μονάδες προς τα αριστερά.

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Αν θεωρήσουμε γνωστό ότι η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $M(2,4)$ , να αποδείξετε ότι  $\kappa = 4$ .

**Μονάδες 4**

**B2.** Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , είναι συμμετρική ως προς τον άξονα  $y'y$ .

**Μονάδες 5**

**B3.** Να δείξετε ότι η  $f$  έχει μέγιστη τιμή το 6 (Μονάδες 3), και στη συνέχεια να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο διάστημα  $[-2,0]$  (Μονάδες 3).

**Μονάδες 6**

**B4.** Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $g$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δυο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της  $f$  κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 4 μονάδες προς τα κάτω.

**Μονάδες 5**

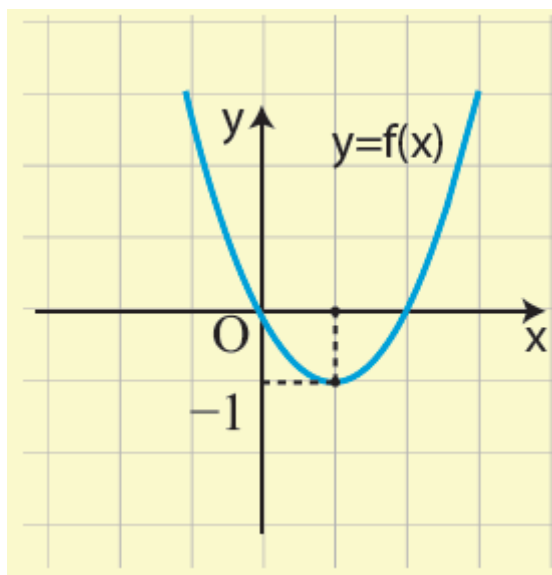
**B5.** Να λυθεί και να ερμηνευτεί γεωμετρικά το σύστημα :

$$\begin{cases} y = \frac{f(0)}{x} \\ x^2 + y^2 = 3f(2) + 1 \end{cases}$$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ .



Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

Γ2. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και το ολικό ακρότατο της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

Γ3. Να συγκρίνεται τους αριθμούς  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  και  $f\left(\frac{1}{\pi}\right)$ .

**Μονάδες 5**

Γ4. Να λύσετε την ανίσωση :  $f(x^2 + 2) - f(2x^2 + 1) < 0$ .

**Μονάδες 5**

Γ5. Να λύσετε την εξίσωση :  $f(|x| - 2) + 1 = 0$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως μονότονη, περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(1,-3)$ .

**Δ1.** Να δείξετε ότι το σημείο  $B(-1,3)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να λύσετε την ανίσωση : α)  $f(|x| - 2019) \geq 3$  (Μονάδες 4)

και την ανίσωση : β)  $f(f(x^2 - 3) + 2) > 3$  (Μονάδες 4)

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Να δείξετε ότι ισχύει :  $f(\alpha^2 + \beta^2) \leq f(2\alpha\beta)$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 5**