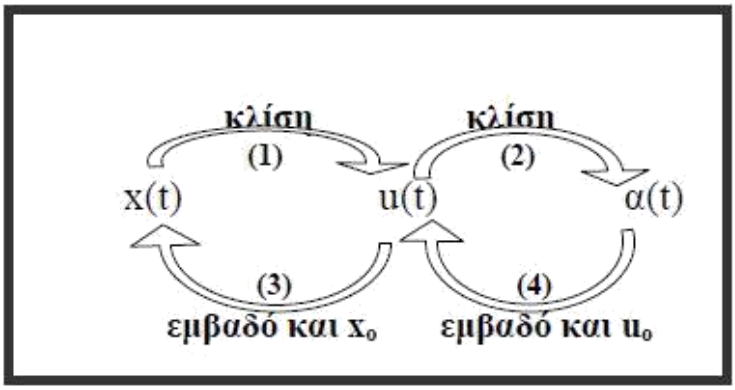
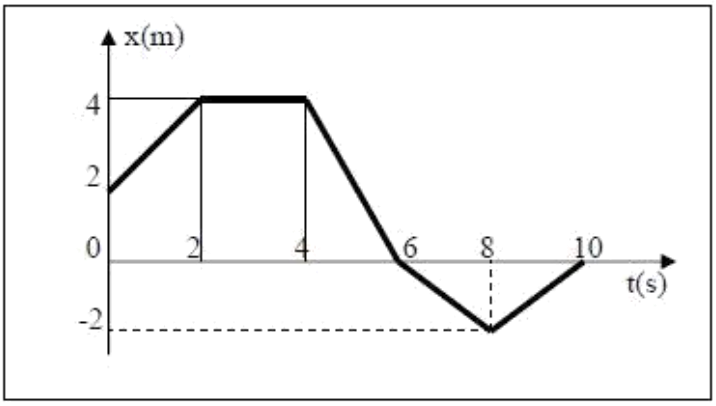
Διαγράμματα κίνησης
ή πώς κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα όταν δίνεται κάποιο άλλο



(*Οι αριθμοί κάτω από τα βέλη αναφέρονται στις εφαρμογές που ακολουθούν)

1. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα θέσης-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου.



Η κλίση(συντελεστής διεύθυνσης) της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της x=f(t) σε ένα σημείο Σ, που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t, ισούται αριθμητικά με την ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή t.

0≤t<2s: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα θετικά

$$u_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}=\frac{4-2}{2-0}=\frac{2}{2}=1\text{m/s}$$

2≤t<4s: ακινησία

$$u_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}=\frac{4-4}{4-2}=\frac{0}{2}=0$$

4≤t<6s: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα αρνητικά

$$u_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta t_3}=\frac{0-4}{6-4}=\frac{-4}{2}=-2\text{m/s}$$

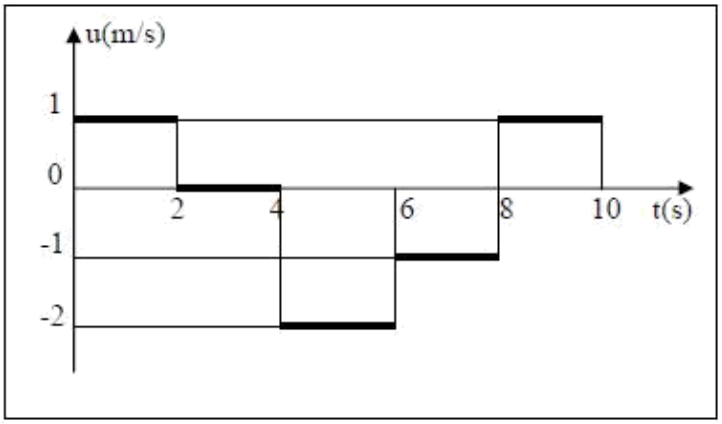
6≤t<8s: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα αρνητικά

$$u_4=\frac{\Delta x_4}{\Delta t_4}=\frac{-2-0}{8-6}=\frac{-2}{2}=-1\text{m/s}$$

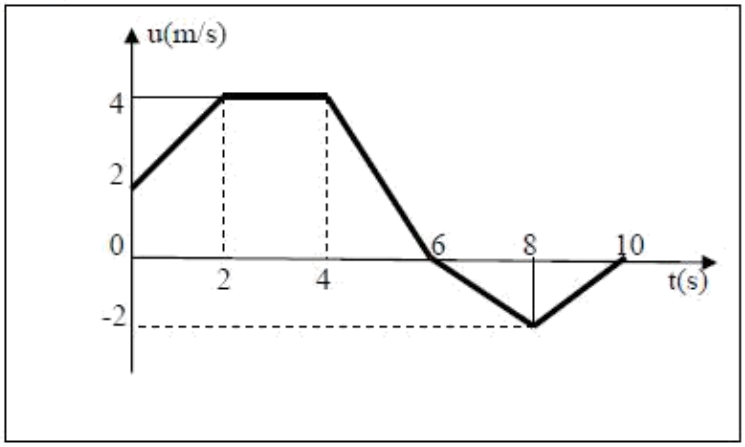
8≤t≤10s: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή προς τα θετικά

$$u_5=\frac{\Delta x_5}{\Delta t_5}=\frac{0-(-2)}{10-8}=\frac{2}{2}=1\text{m/s}$$

Άρα το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου είναι το παρακάτω:



2. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου.



Η κλίση(συντελεστής διεύθυνσης) της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της u=f(t) σε ένα σημείο Σ, που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή t, ισούται αριθμητικά με την επιτάχυνση του κινητού τη χρονική στιγμή t.

Επίσης, στο διάγραμμα u-t, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας δείχνει την φορά κίνησης(εάν u>0, η κίνηση είναι προς τη θετική φορά, ενώ εάν u<0, η κίνηση είναι προς την αρνητική φορά), ενώ το μέτρο της ταχύτητας δείχνει το είδος της κίνησης(εάν το μέτρο της u αυξάνεται η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, ενώ εάν το μέτρο της ελαττώνεται η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη).

0≤t<2s: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u|\uparrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά(u>0)

$$\alpha_1=\frac{\Delta u_1}{\Delta t_1}=\frac{4-2}{2-0}=\frac{2}{2}=1\text{m/s}^2$$

2≤t<4s: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$\alpha_2=\frac{\Delta u_2}{\Delta t_2}=\frac{4-4}{4-2}=\frac{0}{2}=0\,m/s^2$$

4≤t<6s: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u|\downarrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά(u>0)

$$\alpha_3=\frac{\Delta u_3}{\Delta t_3}=\frac{0-4}{6-4}=\frac{-4}{2}=-2\,m/s^2$$

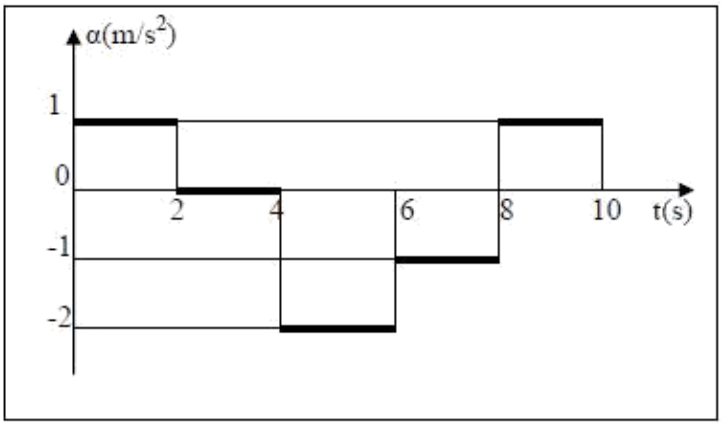
6≤t<8s: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u|\uparrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά(u<0)

$$\alpha_1=\frac{\Delta u_1}{\Delta t_1}=\frac{-2-0}{8-6}=\frac{-2}{2}=-1\,m/s^2$$

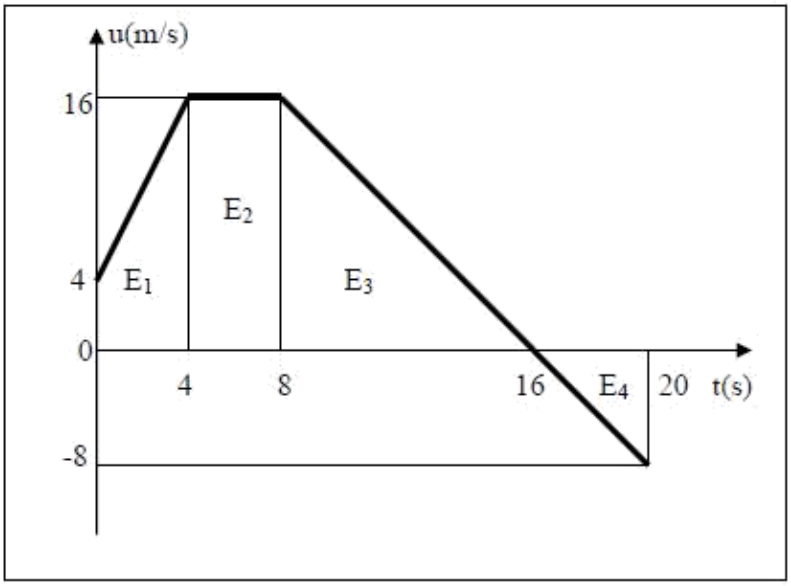
8≤t≤10s: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u|\downarrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά(u<0)

$$\alpha_5=\frac{\Delta u_5}{\Delta t_5}=\frac{0-(-2)}{10-8}=\frac{2}{2}=1\,m/s^2$$

Άρα το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου είναι το παρακάτω:



3. Σε μία ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου(x=f(t)) αν δίνεται ότι για t_o=0 είναι x_0=40m. Επίσης να κατασκευάσετε το διάγραμμα διαστήματος-χρόνου(s=f(t)).



Το εμβαδό που περιλαμβάνεται μεταξύ της γραφικής παράστασης u=f(t) και του άξονα t, με όρια τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, ισούται αριθμητικά με τη μετατόπιση του κινητού στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$.

Γι' αυτό για να κάνουμε το διάγραμμα θέσης-χρόνου πρέπει να ξέρουμε την αρχική θέση του κινητού, δηλαδή τη θέση x_o για $t_o=0$.

$0\le t<4s$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u|\uparrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά($u>0$)

$$\Delta x_1=E_1=\frac{(4+16)\cdot 4}{2}=40m$$

$4\le t<8s$: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$\Delta x_2=E_2=16\cdot(8-4)=64m$

$8\le t<16s$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ($|u|\downarrow$) κίνηση κατά τη θετική φορά($u>0$)

$$\Delta x_3=E_3=\frac{16\cdot(16-8)}{2}=64m$$

$16\le t\le 20s$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη ($|u|\uparrow$) κίνηση κατά τη αρνητική φορά($u<0$)

$$\Delta x_4=E_4=\frac{(-8)\cdot(20-16)}{2}==-16m$$

Η τελική τιμή της θέσης x υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta x=x-x_o\Rightarrow x=x_o+\Delta x$.

Η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:

Για $t_o=0s$: $x_o=40m$

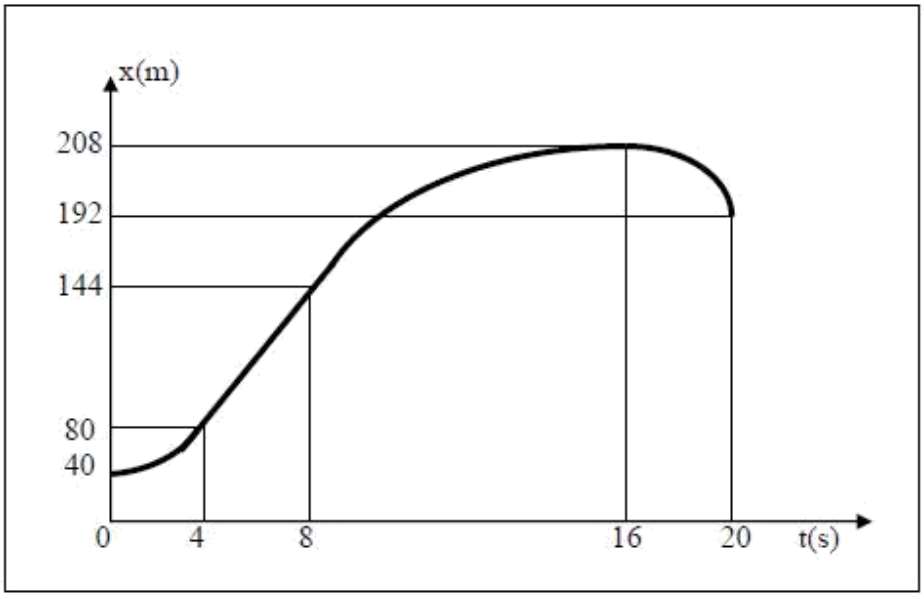
Για $t_1=4s$: $x_1=x_o+\Delta x_1=40+40=80m$

Για $t_2=8s$: $x_2=x_1+\Delta x_2=80+64=144m$

Για $t_3=16s$: $x_3=x_2+\Delta x_3=144+64=208m$

Για $t_4=20s$: $x_4=x_3+\Delta x_4=208+(-16)=192m$

Άρα το διάγραμμα θέσης-χρόνου είναι το παρακάτω:



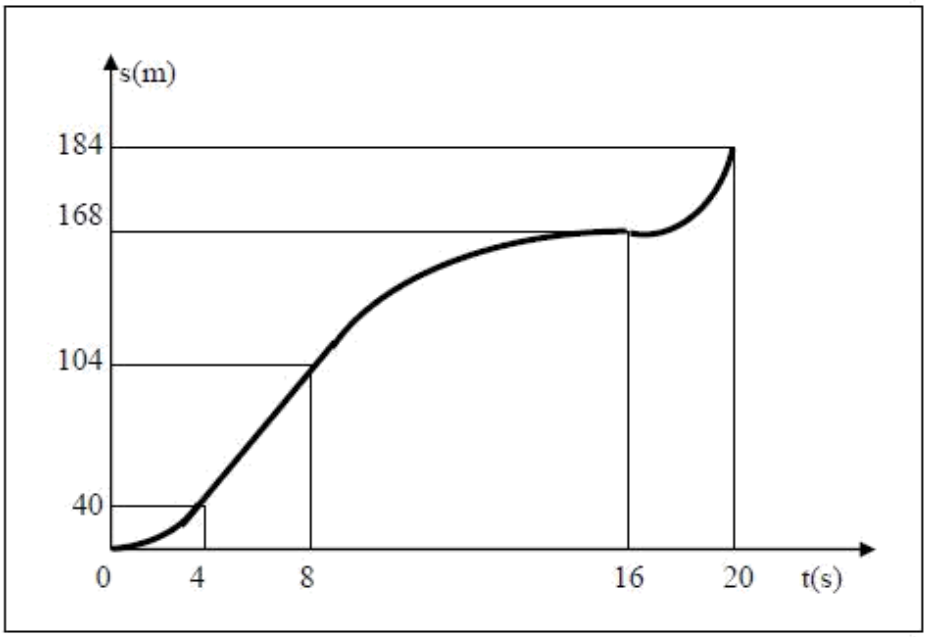
Από 0-4s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και άρα η x=f(t) θα είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα πάνω, από 4-8s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και άρα η x=f(t) θα είναι

ευθεία, από 8-16s η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και άρα η x=f(t) θα είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω, ενώ από 16-20s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη αλλά κατά την αρνητική φορά οπότε η x=f(t) είναι παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω.

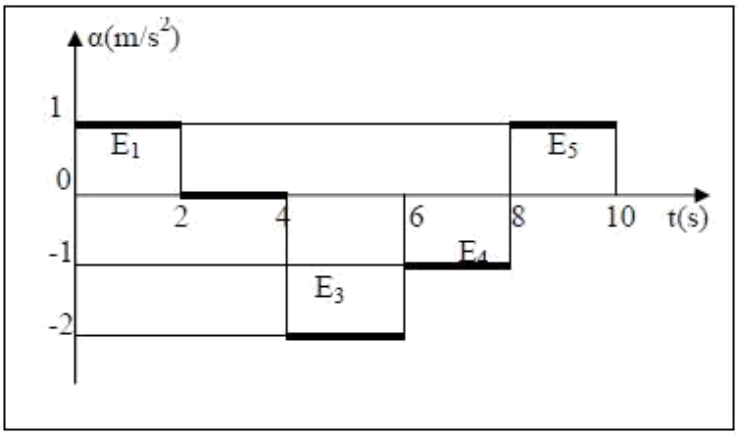
Το διάστημα είναι μονόμετρο μέγεθος και δείχνει πόσο «περπάτησε» το κινητό, γι' αυτό πάντα αυξάνεται. Έτσι έχουμε:

Για t_o=0s: s_o=0m(το σώμα δεν έχει μετακινηθεί καθόλου)
Για t_1=4s: $s_1=\Delta x_1=40$m
Για t_2=8s: $s_2=s_1+\Delta x_2=40+64=104$m
Για t_3=16s: $s_3=s_2+\Delta x_3=104+64=168$m
Για t_4=20s: $s_4=s_3+|\Delta x_4|=168+|-16|=168+16=184$m

Άρα το διάγραμμα απόστασης-χρόνου είναι το παρακάτω:



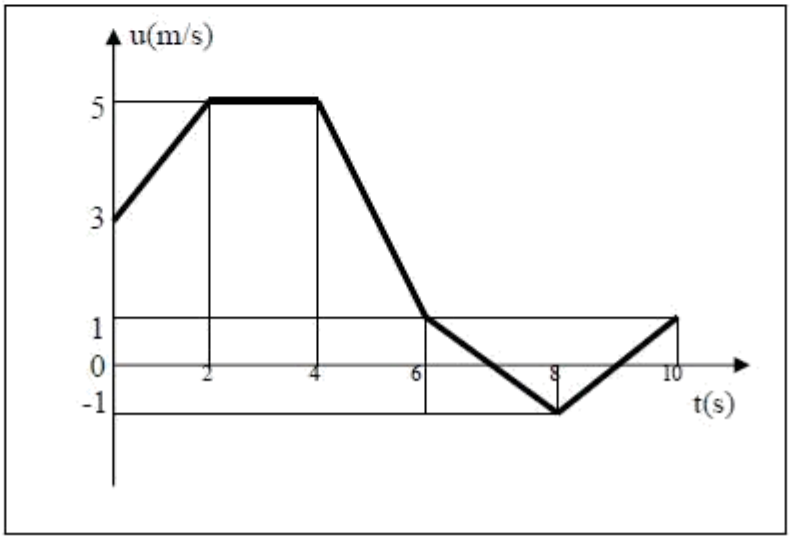
4. Σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, αν δίνεται ότι για t_o=0 είναι u_o=3m/s.



Το εμβαδό που περιλαμβάνεται μεταξύ της γραφικής παράστασης α=f(t) και του άξονα t, με όρι τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 ισούται αριθμητικά με τη μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικ διάστημα $\Delta t=t_2-t_1$.

Γι' αυτό, για να κάνουμε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου(u=f(t)) πρέπει να ξέρουμε τη αρχική ταχύτητα του κινητού, δηλαδή την ταχύτητα u_o για $t_o=0$.

0≤t<2s: $E_1=\Delta u_1=1\cdot 2=2m/s$
2≤t<4s: $E_2=\Delta u_2=0$ (ταχύτητα σταθερή)
4≤t<6s: $E_3=\Delta u_3=(-2)\cdot 2=-4m/s$
6≤t<8s: $E_4=\Delta u_4=(-1)\cdot 2=-2m/s$
8≤t≤10s: $E_5=\Delta u_5=1\cdot 2=2m/s$

Η τελική τιμή της ταχύτητας υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta u=u-u_o \Rightarrow u=u_o+\Delta u$.
Η παραπάνω σχέση διαμορφώνεται ως εξής:
Για $t_o=0s$: $u_o=3m/s$
Για $t_1=2s$: $u_1=u_o+\Delta u_1=3+2=5m/s$
Για $t_2=4s$: $u_2=u_1+\Delta u_2=5+0=5m/s$
Για $t_3=6s$: $u_3=u_2+\Delta u_3=5+(-4)=1m/s$
Για $t_4=8s$: $u_4=u_3+\Delta u_4=1+(-2)=-1m/s$
Για $t_5=10s$: $u_5=u_4+\Delta u_5=(-1)+2=1m/s$

Άρα, το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου είναι το παρακάτω: