



Επαναληπτική άσκηση εξάσκησης για τη Γ Λυκείου(ύλη μέχρι όρια)

Θεωρούμε τις συναρτήσεις:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1} - ax + \beta \quad \mu\epsilon \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f^2(x) = 0$$

και $g(x) = (x - 1)^2, x \in [0, 1]$

α) Να δείξετε ότι :

i. $\alpha = \beta = 1$

ii. Οι συναρτήσεις f, g είναι αντιστρέψιμες και να βρείτε τις αντίστροφές τους συναρτήσεις. Επιπλέον να βρείτε τα κοινά σημεία των $C_f, C_{f^{-1}}$, και $C_g, C_{g^{-1}}$.

β) Να βρείτε :

i. Τα όρια $A = \lim_{x \rightarrow 0} f^{-1}(\eta\mu x)$

και

$$B = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[g^{-1}(x) \left(2\eta\mu \frac{1}{x-1} + 3\sigma\upsilon\nu \frac{2}{x-1} \right) \right]$$

ii. την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ για την οποία το όριο

$$\Gamma = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f^{-1}(x)}{xf(x)} + \sqrt{x^2 - x + 1} - \mu x \right] \in \mathbb{R}$$