



**A.** Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει

- $f^2(x) + 2e^{2x} = 2e^x (e^x + f(x))$
- $f(0) = 2$

i. Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$

ii. Ένα σημείο  $M(x, f(x))$ ,  $x > 0$  κινείται πάνω στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  έτσι ώστε η τετμημένη του να αυξάνεται με ρυθμό 1 μον./sec. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του τριγώνου  $OMB$ , όπου  $O(0,0)$  και  $B(1,0)$ , τη χρονική στιγμή  $t_0$  κατά την οποία το σημείο  $M$  διέρχεται από το  $A(1, f(1))$ .

**B.** Δίνεται πολυωνυμική συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τρίτου βαθμού για την οποία ισχύουν

- Η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από την αρχή των αξόνων
- $f'(1) = 0$  και  $f^{(3)}(1) = 6$
- Η εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f'$  στο σημείο της  $A(1, f'(1))$  είναι παράλληλη στον  $x'x$ .

i. Να δείξετε ότι  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

ii. Ένα σημείο  $M(\alpha, f(\alpha))$  κινείται πάνω στην καμπύλη της  $f$  με την τετμημένη του να αυξάνεται με ρυθμό 1 μον./sec. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας  $\omega$  που σχηματίζει η εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $M(\alpha, f(\alpha))$  με τον άξονα  $x'x$ , τη χρονική στιγμή που εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) διέρχεται από το σημείο  $B(1,3)$ .

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΒΑΚΑΛΗ