



ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ-Θ.Μ.Τ

Δίνεται η  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$  δύο φορές παραγωγίσιμη για την οποία γνωρίζουμε:

$$\frac{f''(x) + f(x)}{2} > -f'(x), x \in \mathbb{R}$$

Η εφαπτομένη της  $f$  στο  $(0, f(0))$  έχει εξίσωση  $y = 2x + 1$ .

Θεωρούμε επίσης:  $g(x) = e^x f(x), x \in \mathbb{R}$

- i) ΝΔΟ  $g' \uparrow x \in \mathbb{R}$
- ii) ΝΔΟ  $3e^{-x} < \frac{f(x) - e^{-x}}{x} < f(x) + f'(x)$
- iii) ΝΔΟ  $g(x) \geq 3x + 1, x \in \mathbb{R}$

και κατόπιν να λυθεί η εξίσωση:

$$f(x^2 - 1) = (3x^2 - 2)e^{-x^2 + 1}$$

iv) ΝΔΟ  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3x + e^x - 2}{1 - \sin x} > -4$