ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΟΝΤΕ ΚΑΡΛΟ
Υπολογισμός Ορισμένου Ολοκληρώματος

Η **μέθοδος Μόντε Κάρλο** (αγγλικά: *Monte Carlo method*), ή πείραμα/προσωμοίωση Μόντε Κάρλο, είναι μια στοχαστική διαδικασία[1] όπου με χρήση τυχαίων αριθμών και τη στατιστική προσπαθούμε να λύσουμε ένα πρόβλημα.

Σε ένα πείραμα Μόντε Κάρλο χρησιμοποιείται προσομοίωση με μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Το όνομα Μόντε Κάρλο προέρχεται από την ομώνυμη πόλη του Μονακό όπου εκεί υπάρχει το διάσημο καζίνο.

Η μέθοδος Μόντε Κάρλο παρουσιάστηκε το 1949 με την δημοσίευση των *Nicholas Metropolis (Νικόλαος Μητρόπουλος)* και Stanislaw Ulam.

"Η μέθοδος Μόντε Κάρλο" στο περιοδικό *Journal of the American Statistics Association*.

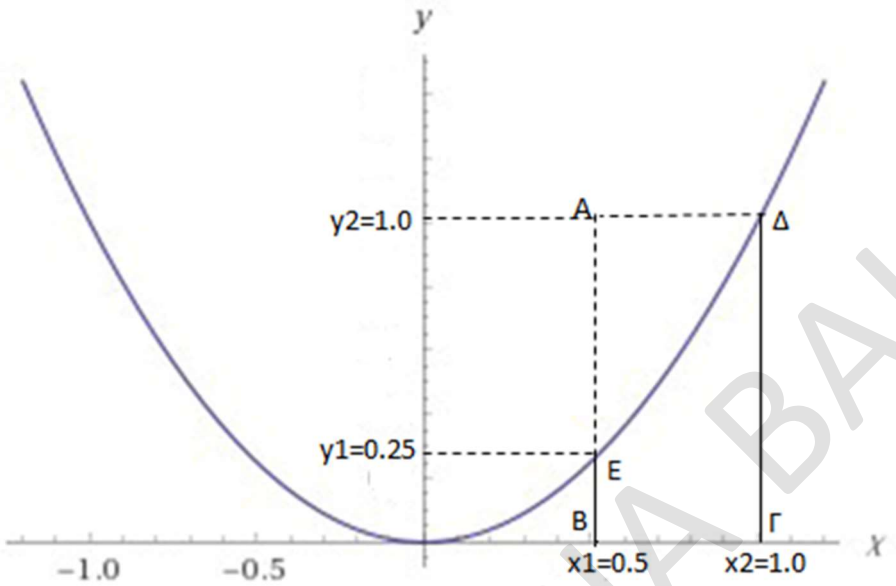
Η ιδέα αυτή ήταν γνωστή και νωρίτερα όπου κάποια προβλήματα στατιστικής λυνόντουσαν με τυχαία δειγματοληψία.

[1] Στοχαστική ή τυχαία διαδικασία είναι ένα μαθηματικό αντικείμενο που συνήθως ορίζεται ως μια συλλογή τυχαίων μεταβλητών. https://en.wikipedia.org/wiki/Stochastic_process.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΒΑΚΑΛΗ

Υπολογισμός Ορισμένου Ολοκληρώματος με την Μέθοδο Monte Carlo

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα $\int_{0.5}^{1} x^2 dx$



Επαναληπτικά δημιουργούνται τυχαίες τιμές **Tx**, ($x1 \le Tx \le x2$) και **Ty**, ($0 \le Ty \le y2$).

- Δημιουργούμε δηλαδή τυχαία ζεύγη (Tx,Ty) που είναι μέσα στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.
- Μετράμε όλα τα ζεύγη τιμών (Tx, Ty) για τα οποία $Ty \le f(Tx)$ ή $Ty \le Tx^2$, δηλαδή μετράμε όλα τα ζεύγη που είναι μέσα στο χωρίο ΒΓΔΕ, το εμβαδόν του οποίου είναι η τιμή του ορισμένου ολοκληρώματος.

Έστω N_1 το πλήθος αυτών και N_2 το συνολικό πλήθος των τυχαίων τιμών.

Η τιμή του ορισμένου ολοκληρώματος θα είναι : $\frac{N_1}{N_2} E(ΑΒΓΔ) = \frac{N_1}{N_2}(x_2 - x_1) \cdot y_2$

Η μέθοδος αυτή μπορεί να εφαρμοσθεί με τη χρήση υπολογιστή, με τη βοήθεια του οποίου μπορεί να δημιουργηθεί μεγάλο πλήθος τέτοιων τυχαίων τιμών.

Όσο μεγαλύτερο το πλήθος των τυχαίων τιμών, τόσο μεγαλύτερη και η ακρίβεια υπολογισμού. (Αφήνεται στον αναγνώστη να κάνει σχετικές δοκιμές).

Δίνεται παρακάτω ο κώδικας σε Ψευδογλώσσα που υλοποιεί την μέθοδο αυτή.

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ 1</u>: Επειδή χρειάζεται μία συνάρτηση παραγωγής τυχαίων αριθμών [ΤΥΧΑΙΟΣ()], μπορείτε να το "τρέξετε" στον online διερμηνευτή της Γλώσσας: https://www.pseudoglossa.gr/

- Η συνάρτηση ΤΥΧΑΙΟΣ() επιστρέφει μία τυχαία τιμή στα όρια 0 – 1 (πραγματική).

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΒΑΚΑΛΗ

```
Αλγόριθμος Μόντε_Κάρλο
   N2 ← 1000000                  ! Πλήθος τυχαίων ζευγών
   N1 ← 0
   Για I από 1 μέχρι N2
      Τχ ← Τυχαίος()*0.5 + 0.5  ! Στα όρια 0.5 - 1
      Τψ ← Τυχαίος()            ! Στα όρια 0 - 1
      Αν Τψ <= Τχ^2 τότε
         N1 ← N1 +1
      Τέλος_αν
   Τέλος_Επανάληψης
   Εμβ ← N1/N2*(1-0.5)*(1-0)
   Εμφάνισε Εμβ
Τέλος Μόντε_Κάρλο
```

Έξοδος: **0.291853** που είναι πολύ κοντά στην πραγματική τιμή (0.29166666).
(Σε κάθε εκτέλεση δίνει διαφορετική τιμή)

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ 2</u>: Με τον online διερμηνευτή η εκτέλεση είναι αρκετά αργή (Πάνω από 1 λεπτό).
Η εκτέλεση 1000000 επαναλήψεων σε κανονικό μεταγλωττιστή (δοκίμασα σε C και Pascal) γίνεται περίπου σε 0,05 δευτερόλεπτα, εξαρτάται βέβαια και από τον επεξεργαστή.

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ 3</u>: Ο αλγόριθμος μπορεί να τροποποιηθεί εύκολα έτσι ώστε να υπολογίζει το ολοκλήρωμα οποιασδήποτε συνάρτησης και σε οποιαδήποτε όρια.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΒΑΚΑΛΗ