

**Θέμα Β.**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x} = 2$$

**B1.** Να βρείτε τα

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ και } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

**B2.** Να υπολογίσετε το  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + \lambda x \eta \mu x}{x^2 \eta \mu x + f^2(x)} = 5.$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

**B3.** Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta \mu x) + x}{x + \eta \mu x}.$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

**B4.** Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f(f(x)) - f(x)}{x} - 6 \right) \eta \mu \left( \frac{2021}{f(x)} \right)$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2(x-1)}, & x \in (-\infty, 0) \cup (0, 1) \\ \frac{ax + 2}{x^2 - 1}, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

**Γ1.** Να υπολογίσετε το  $a \in \mathbb{R}$  ώστε να υπάρχει στο  $\mathbb{R}$  το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  και να εξετάσετε, αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

**Γ2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Αν επιπλέον η  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνάρτηση, για την οποία:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xg(x) + \eta\mu x}{\eta\mu 3x} = 7$$

τότε:

**Γ3.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

**Γ4.** Αν  $g(x+6) = g(x) + f(x)$ , για κάθε  $x \neq 0, x \neq 1$  να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 6} g(x)$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6