ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ Β΄ΚΑΙ Γ΄
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Γ ΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f,g:R\to R$ με $f(x)=-2x+4$ και $g(x)=\alpha x+\beta$ με α,β$\in R$, για τις οποίες ισχύει $fog=gof$

Β1. Να αποδείξετε ότι $4\alpha+3\beta=4$

Β2. Αν επιπλέον ,ισχύει ότι $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2ax^3+\beta x^2-x-1}{x^2-1}=l$ με $l\in R$ τότε

Α) να αποδείξετε ότι $\alpha=1$ και $\beta=0$

Β) να αποδείξετε ότι η συνάρτηση h με

$h(x)=\ln\sqrt{f(x)}-\frac{1}{2}\ln(g(x)+1),\ x\in(-1,2)$ είναι αντιστρέψιμη

Γ) να ορίσετε την $h^{-1}(x)$

ΘΕΜΑ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x+\ln(x+2)$

α1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία

α2. Να λύσετε την ανίσωση $f(x^4+1)>f(x^2+1)$

α3. Να λύσετε την ανίσωση $\ln\frac{3x}{x^2+2} < x^2 - 3x + 2$

Μονάδες 4+4,5+6

Γ.2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = \sqrt{1-x}$

Να ορίσετε την συνάρτηση $g \circ f$ και στη συνέχεια να βρεθούν τα

όρια α) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ β) $\lim_{x\to 1}\frac{g(1-x)-1}{\eta\mu\pi x}$ γ) $\lim_{x\to 1}\frac{2x-5}{g(x)}$

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8x+8}{x-2}, & \alpha\nu\ x>2 \\ 2\beta, & \alpha\nu\ x=2 \\ \alpha x+\beta, & \alpha\nu\ x<2 \end{cases}$ **όπου** $\alpha, \beta \in \Re$**.**

Γ1. Αν η f **είναι συνεχής, να δείξετε ότι** $\alpha = 1$ **και** $\beta = 2$**.**

Γ2. Να βρείτε το όριο $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)+1}-2}{x^2+x-2}$**.**

Γ3. Να βρείτε το όριο $\lim_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{x^2}$**.**

Γ4. Να βρείτε τα όρια : $\lim_{x\to 0}\left[(f(x)-2)\cdot\eta\mu\frac{1}{x}\right]$ **και** $\lim_{x\to -\infty}\left[(f(x)-2)\cdot\eta\mu\frac{1}{x}\right]$**.**

Γ5. Να βρείτε το όρια :

i. $\lim_{x\to 0} e^{\frac{\ln x}{f(x)-2}}$

ii. $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x\eta\mu x}$

ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x$ για την οποία ισχύει

- $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=2$
- $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=1$

Α) Να αποδείξετε ότι $f(x)=3x^3-5x^2+2x$

Έστω $g(x)=f(x)+5x^2$

Β) να αποδείξετε ότι η g είναι γνησίως αύξουσα

Γ) να λυθεί η ανίσωση $3\left(e^x+1\right)^3+2>5-2e^x$

Δ) να βρεθούν τα παρακάτω όρια

Δ1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(g(2019)-g(2020)\right)\cdot f(x)$

Δ2) $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x\cdot f\left(\dfrac{1}{e^x}\right)$

Δ3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\left(\sigma\upsilon\nu\dfrac{1}{f(x)}-1\right)\right]$

Δ4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f\left(\sigma\upsilon\nu^2 x\right)}{\eta\mu^2 x}$

Δ5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f\left(\eta\mu x\right)}{\eta\mu f(x)}$