



ΘΕΜΑ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x \cdot \ln x - 2x + 1, & x > 0 \\ \frac{\lambda \cdot x^2 + \mu \cdot x}{x^2 - \mu^2}, & x < -1 \end{cases}$ με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε τα $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της f να έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $-\infty$ την ευθεία $y=1$ και κατακόρυφη ασύμπτωτη την $x=-1$.

Αν $f(x) = \begin{cases} 2x \cdot \ln x - 2x + 1, & x > 0 \\ \frac{x}{x+1}, & x < -1 \end{cases}$

β. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και την κυρτότητα.

γ. Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x)=\eta\mu\alpha$, για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in [0, 2\pi]$.

δ. Αν $0 < x_1 < 1$, με x_1 ρίζα της εξίσωσης του ερωτήματος Γ3 για $\alpha = \frac{\pi}{6}$ να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $\xi \in (x_1, 1)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη ϵ της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(\xi, f(\xi))$ να διέρχεται από το σημείο $A(0, \frac{1}{2})$

ε. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .