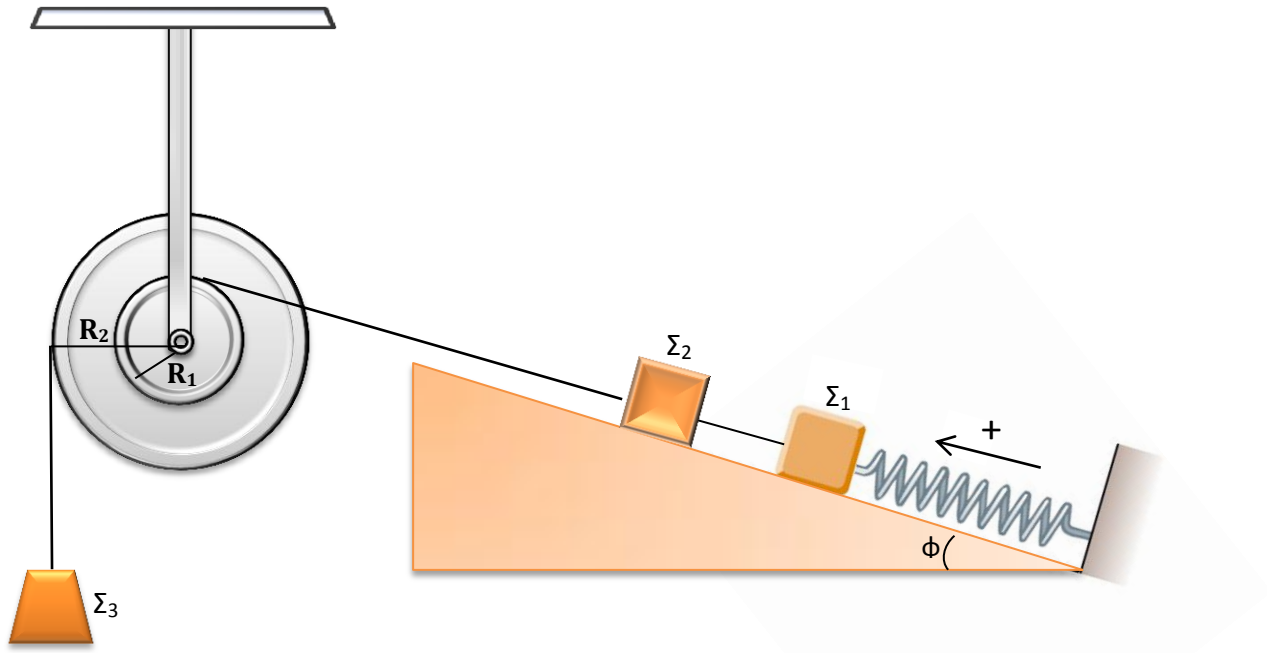
Διπλή Τροχαλία – Ταλάντωση

Τετάρτη 4 Απριλίου 2012

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΒΑΚΑΛΗ

ΑΣΚΗΣΗ 3

Τα σώματα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\,kg$ και Σ_2 μάζας $m_2 = 3\,kg$ του παρακάτω σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^o$. Τα σώματα είναι δεμένα μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος, με το Σ_1 δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Μια διπλή τροχαλία αποτελείται από δυο ομόκεντρους ομογενείς δίσκους με ακτίνες $R_1 = 0{,}2\,m$ και $R_2 = 0{,}4\,m$ οι οποίοι είναι κολλημένοι μεταξύ τους έτσι ώστε να περιστρέφονται χωρίς τριβές, ώς ένα σώμα γύρω από ακλονητο άξονα που διέρχεται από το κοινό τους κέντρο. Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I = 0{,}56\,kg \cdot m^2$.



Στα αυλάκια των δυο δίσκων της τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρή και μη εκτατά νήματα μεγάλου μήκους, στα ελεύθερα άκρα των οποίων έχουμε δέσει τα σώματα Σ_2 και Σ_3 μάζας $m_3 = 2\,kg$. Αρχικά το σύστημα τροχαλία – νήματα – σώματα βρίσκεται σε ισορροπία με τα νήματα τεντωμένα και με το ελατήριο να βρίσκεται σε επιμήκυνση κατά $\Delta l = 0{,}2\,m$ από το φυσικό του μήκος.

Α. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου k.

Μονάδες 7

Β. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συγκρατεί τα σώματα Σ_1 και Σ_2, οπότε το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θετική φορά αυτή του σχήματος, ενώ το σώμα Σ_2 ξεκινά να ανέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο. Κατά τη περιστροφή της τροχαλίας τα νήματα δεν ολισθαίνουν στα αυλάκια των δίσκων.

Να υπολογίσετε :

α) τις επιταχύνσεις των σωμάτων Σ_3 και Σ_2.

Μοναδες 8

β) την απόσταση των σωμάτων Σ_2 και Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_1 = \pi/2\,s$. Να θεωρηθεί η αρχική τους απόσταση, όταν είναι δεμένα στο νήμα αμελητέα.

Μονάδες 5

γ) το ρυθμό παραγωγής έργου στη τροχαλία τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $4\,m$.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$ και για τις πράξεις σας να θεωρήσετε $\pi^2 = 10$.